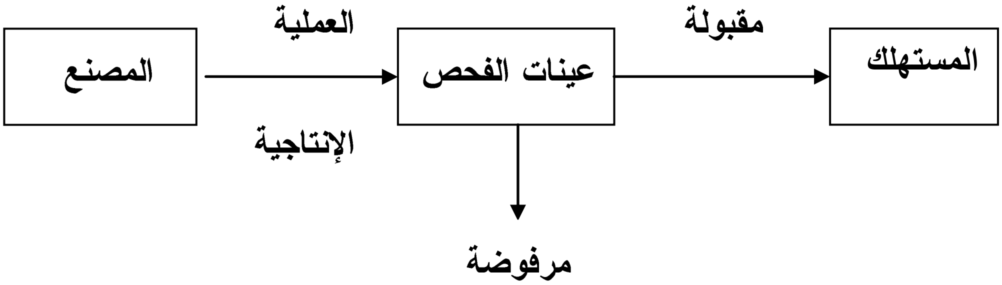
الفصل العاشر

السيطرة النوعية [2] *Quality Control*

النوعية *Quality* تعني تطابق مجموعة الصفات التي يتميز بها المنتوج والتي تم تثبيتها عند وضع التصميم والمواصفات بحيث تجعل المنتوج قادراً على تحقيق رغبات ومتطلبات المستهلك .

إن تحقيق النوعية المطلوبة هو ليس مسؤولية قسم أو فرد معين من مؤسسة إنتاجية بل إنها مسؤولية ذات طابع شمولي يشترك فيها جميع العاملين وتضم مسؤوليات متعددة منها تحليل كلفة النوعية ووضع وتحديد مواصفات النوعية وضمان مدى نجاح أو فشل إسلوب الفحص المعتمد ونتائج الفحص والإختبار الخاص بالمنتوج . من الواضح إن هناك إحتمالاً لظهور الأخطاء في كل مرحلة من مراحل العملية الإنتاجية وينشأ عنها منتوج بمواصفات تتفاوت على المواصفات المطلوب تحقيقها ومن بين مسؤولية أقسام السيطرة النوعية قبول أو رفض المنتوج في مختلف مراحله الإنتاجية وهذا يعني عزل المنتجات غير المطابقة للمواصفات وإعتبارها بالتالي مرفوضة وكما موضحة في المخطط التالي:



وعليه فإن السيطرة النوعية *Quality Control* على العمليات الإنتاجية تعني مجموعة من الإجراءات التي تطبق لتحسين النوعية أو الحد من الإنحرافات المحتملة في مستويات النوعية التي من الممكن حدوثها خلال العملية الإنتاجية بسبب العوامل العشوائية والإسنادية التي تسبب تغير النوعية .

أما نظم السيطرة النوعية فتكون :

1- نظم السيطرة على المواد الأولية .

2- نظم السيطرة على أجهزة وأدوات الفحص والقياس .

3- نظم السيطرةعلى العمليات الإنتاجية .

4- نظم السيطرة على نوعية المنتوج النهائي .

5- نظم السيطرة على النوعية إثناء التداول والتخزين .

تختلف الوحدات المنتجة فيما بينها وذلك نتيجة لما يلي :

أ- عملية الإنتاج : إذ تتعرض الوحدات الإنتاجية إلى ظروف إنتاجية مختلفة نتيجة لتقادم المعدات وإهتزازات المكائن وتذبذب الطاقة الكهربائية .

ب- المواد الأولية : للمواد الأولية تأثير كبير على المنتجات إذ تتباين في مواصفاتها مثلاً درجة التركيز ، السمك ، التحمل ، نسبة الرطوبة ... إلخ .

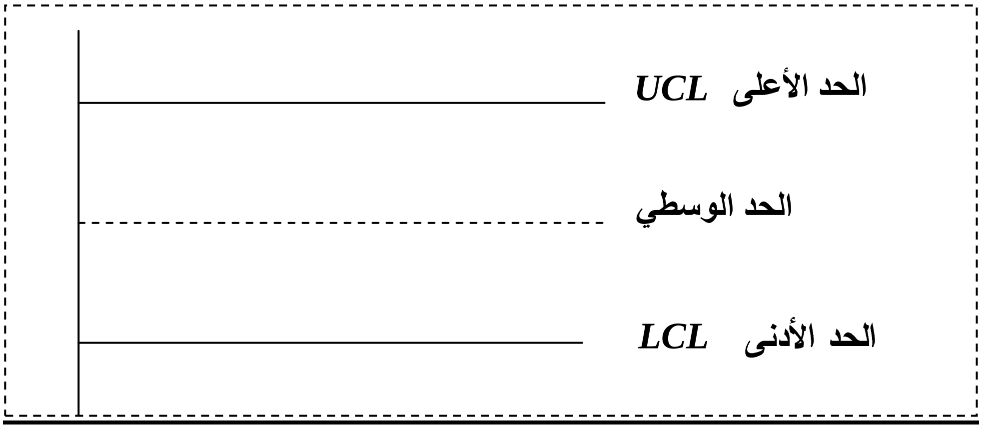
ج- اليد العاملة : إن إختلاف خبرة العامل ودرجة إلتزامه بتعليمات الإنتاج وحالتهم النفسية والبدنية قد يكون المصدر الأساسي للتباين ما بين الوحدات المنتجة .

د- عوامل أخرى : مثل درجة الرطوبة ، درجة الحرارة ، شدة الضوء ...إلخ .

إذا كانت حدود التباين بين الوحدات المنتجة مقبول فالعملية الإنتاجية مسيطر عليها نوعياً وإنها تحت السيطرة ، أما إذا كان التباين كبيراً ويمكن تشخيص أسبابه غير العشوائية فالعملية الإنتاجية ليست تحت السيطرة النوعية .

وتعتبر مخططات السيطرة من أهم الوسائل التي تميز إستخدامها إذا كان التباين بين الوحدات المنتجة يعود إلى أسباب عشوائية وغير عشوائية عند وجود إنحراف ما بين المنتج الفعلي والمواصفات الموضوعة له .

10-1- <u>مخطط السيطرة *Control Chart*</u> : هو رسم بياني يتكون من ثلاثة خطوط متوازية يمثل خط الوسط منها القيمة الوسطى لمتغير النوعية والخطين الأدنى والأعلى يمثلان القيمتين الدنيا والعليا لمتغير النوعية وهي التي تحدد إن المتغير مقبول أو مرفوض . وكما موضح أدناه :



هناك إسلوبان لفحص النوعية هما :

1- إسلوب الفحص الشامل : إذ تفحص كافة وحدات الإنتاج ويمتاز بالخصائص التالية :

أ- كلفة الفحص عالية .

ب- يستغرق الفحص وقتاً طويلاً .

ج- يوفر معلومات أكثر دقة .

د- يحتاج إلى جهد قليل في التخطيط لعمليات الفحص وتحديد النتائج ,

هـ-لايصلح في الفحوصات التدميرية التي تنتهي صلاحية المنتج نتيجة الإستخدام مثل صناعة الأدوية والكتل الكونكريتية وعتاد الأسلحة وغيرها .

2-إسلوب الفحص بالعينة : إذ تسحب عينة من الوحدات الإنتاجية (أي دراسة جـزء مـن الإنتـاج وبنسبة تتراوح عادةً بين %$(20 - 10)$ من الإنتاج الكلي) ويمتاز هذا الإسلوب بالخصـائص التالية :

أ- كلفة الفحص قليلة .

ب- يحتاج الفحص إلى وقت قليل قياساً بالفحص الشامل .

ج- يوفر معلومات أقل دقة وتزداد الدقة كلما كان إختيار العينة سليماً بحيث تمثـل الوحـدات المتبقية .

د- يحتاج إلى جهد كبير في التخطيط لعمليات الفحص وتحديد النتائج .

هـ- يصلح في الفحوصات التدميرية .

وفي هذا المجال يجب الأخذ بنظر الإعتبار مايلي :

1. نوع العينة : إذ تعتمد العشوائية في إختيار مفردات العينة لأنها تحقق فرص متكافئة فـي إختيار المفردة إضافة إلى العينة المنتظمة *Systematic Sample* .
2. حجم العينة : أن يتراوح بين$(8 - 4)$ مفردات لكل عينة .
3. عدد العينات : أن يتراوح بين $(25 - 20)$ عينة .
4. سحب العينات : إذا كان الهدف من سحب العينة ضبط الإنتاج تستخدم طريقة أخذ عينة بعد تراكم الإنتاج . أما إذا كان الهدف ضبط الماكنة تستخدم طريقة أخذ العينة من خطوط الإنتاج خلال فترات زمنية محددة .

<u>أنواع مخططات السيطرة</u> :

1- مخططات السيطرة للمتغيرات : وتستخدم هذه المخططات إذا كانت المواصفات النوعية للمنـتج قابلة للقياس الكمي مثل الطول ، الوزن ، الكثافة ، درجة الحرارة ، ... إلخ . ومن أهمها :

أ- مخطط السيطرة للوسط الحسابي $\overline{X} - Chart$.

ب- مخطط السيطرة للمدى *R- Chart* .

ج- مخطط السيطرة للإنحراف المعياري $\sigma - Chart$.

2- مخططات السيطرة للصفات : تستخدم للسيطرة على المواصفات النوعية التي لا يمكن قياسـها كمياً ، لذا تقسم إلى حالتين فقط ، أحدهما مقبولة والأخرى غير مقبولة (مرفوضة) . ومـن أهمها :

أ- مخطط السيطرة لنسبة الوحدات المعيبة *P – Chart* .

ب- مخطط السيطرة لعدد العيوب في مفردة واحدة *C – Chart* .

ج- مخطط السيطرة لمتوسط عدد العيوب في مجموعة من المفردات *U -Chart* .

10-1-1- <u>مخطط السيطرة النوعية للوسط الحسابي</u> $\overline{X}-Chart$:

تبين التغير الحاصل في قيمة متوسط العملية الإنتاجية ، إذ يحدد في هذه المخططات حدي السيطرة الأدنى والأعلى بحيث يقع المتوسط ما بين هذين الحدين بإحتمال 99.7% ، إذا كانت العملية الإنتاجية تحت السيطرة أي إنه 0.3% من الحالات يتخذ القرار الخاطيء بأن العملية الإنتاجية خارج السيطرة في حين إنها في الواقع تحت السيطرة ويحسب الحدين المذكورين كالآتي :

أ- يسحب ما لايقل عن 25 عينة ويحسب الوسط الحسابي $\overline{X}_i$ لكل عينة $\overline{X}_i=\frac{\sum_{j=1}^{m}X_{ij}}{m}$ ثم يحسب

الوسط الحسابي للأوساط الحسابية للعينات المسحوبة $\overline{\overline{X}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\overline{X}_i}{n}$ ، إذ إن :

$$j=1,2,\ldots,m \qquad and \qquad i=1,2,\ldots,n$$

m تمثل حجم كل عينة .

n تمثل عدد العينات المسحوبة .

X_{ij} تمثل المفردة j الواقعة في العينة i .

ب- إيجاد الوسط الحسابي لمديات كل عينة $\overline{R}$ إذ يحسب من العلاقة :

$$\overline{R}=\frac{\sum_{i=1}^{n}R_i}{n} \quad where \quad R_i=X_{iL}-X_{iS}$$

إذ إن X_{iL} يمثل أكبر قيمة من وحدات العينة i .

X_{iS} يمثل أصغر قيمة من وحدات العينة i .

ج- يحسب حدي السيطرة الأعلى والأدنى الأوليين ، كما يلي :

الحد الأعلى $UCL(\overline{X})=\overline{\overline{X}}+A_2\overline{R}$.

الحد الأدنى $LCL(\overline{X})=\overline{\overline{X}}-A_2\overline{R}$.

إذ إن A_2 قيمة جدولية تعتمد على عدد المشاهدات في كل عينة m .

د- إذا وقعت متوسطات كافة العينات ضمن حدي السيطرة الأعلى والأدنى الأوليين يعتبر هذان الحدان نهائيان ،أما إذا وقع الوسط الحسابي لواحدة أو أكثر من العينات خارج الحدين الأوليين يعاد حساب حدي السيطرة بعد إستبعاد العينات الواقعة خارج الحدين الأوليين .

10-1-2- <u>مخطط السيطرة النوعية للمدى</u> *R- Chart* : توضح درجة إنتظام العمليات الإنتاجية ومدى تباين المواصفات فيما بينها . إذ يحسب حدي السيطرة الأعلى والأدنى للمدى بحيث يقسم المدى بأخذ 99.7% ما بين الحدين ، ويكون الإحتساب كما يلي :

أ- يسحب ما لا يقل عن 25 عينة ثم يحسب الوسط الحسابي لمدياتها : $\overline{R}=\frac{\sum_{i=1}^{n}R_i}{n}$

ب- يحسب حدي السيطرة الأعلى والأدنى الأوليين كما يلي :

$$UCL(R)=D_4\overline{R} \quad and \quad LCL(R)=D_3\overline{R}$$

حيث D_4 , D_3 قيم جدولية تعتمد على حجم العينة m .

ج- يعتبر حدي السيطرة الأوليين نهائيين إذا وقعت مديات كافة العينات بين الحدين ، أما إذا وقع مدى إحدى العينات أو أكثر خارج حدي السيطرة الأوليين فيعاد حساب الحدين بعد إستبعاد العينة (العينات) الواقعة خارج حدي السيطرة .

10-1-3- <u>مخطط السيطرة النوعية للإنحراف المعياري $\sigma - chart$</u> : تبين هذه اللوحة درجة توزيع الوحدات حول الوسط الحسابي لها وتعد أدق اللوحات من حيث إستنتاجها لمسببات التغير وعدم إنتظام العمليات الإنتاجية والتي يمكن حصرها بما يلي :

أ- عدم تناسب مهارة العامل المنفذ للعمليات الإنتاجية مع متطلبات الدقة المطلوب تحقيقها أو إبتعاده عن طرق الإداء الصحيحة وإجراء القياسات المطلوبة بإفتراض إستخدام مواد أولية بمواصفات مطلوبة.

ب- قصور بإداء الماكنة من حيث الدقة بسبب إندثار بعض أجزائها وعدم صيانتها بالشكل المطلوب أو تقادمها .

ولإعداد لوحة الإنحراف المعياري نتبع الخطوات التالية :

1. حساب الوسط الحسابي لكل عينة وللعينات ككل.
2. إيجاد الإنحراف المعياري لكل عينة وللعينات ككل بإستخدام :

$$\sigma_i=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m}X_{ij}^2-m\overline{X}_i^2}{m-1}} \quad and \quad \overline{\sigma}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sigma_i}{n}$$

3. يحسب حدي السيطرة الأعلى والأدنى الأوليين ، كما يلي :

$$UCL(\sigma)=B_2\overline{\sigma} \quad and \quad LCL(\sigma)=B_1\overline{\sigma}$$

4. يعتبر حدي السيطرة الأوليين نهائيين إذا وقعت الإنحرافات المعيارية لكافة العينات بين الحدين ، أما إذا وقعت إحداهما أو أكثر خارج حدي السيطرة الأوليين فيعاد حساب الحدين بعد إستبعاد العينة (العينات) الواقعة خارج حدي السيطرة .

أما الجداول الخاصة بقيم $D_4 , D_3 , B_2 , B_1 , A_2$ هي :

m	A_2	B_1	B_2	D_3	D_4
2	1.880	0	3.267	0	3.268
3	1.023	0	2.568	0	2.574
4	0.729	0	2.266	0	2.282
5	0.577	0	2.-089	0	2.114
6	0.483	0.030	1.970	0	2.004
7	0.419	0.118	1.882	0.076	1.924
8	0.373	0.185	1.815	0.136	1.864
9	0.337	0.229	1.761	0.816	1.816
10	0.308	0.284	1.716	0.223	1.777

<u>مثال-1</u> : الجدول الآتي يبين القطر الداخلي *(mm)* للواشرات المنتجة في إحدى الورش الصـــناعية ل *25* عينة . المطلوب : إيجاد الحدين النهائيين للسيطرة النوعية لكلٍ من :

أ) الوسط الحسابي ، ب) المدى و ج) الإنحراف المعياري .

no. of sample	X_1	X_2	X_3	X_4		no. of sample	X_1	X_2	X_3	X_4
1	36	40	40	39		14	35	36	35	36
2	39	40	36	36		15	35	36	36	36
3	36	36	36	39		16	35	35	39	36
4	40	39	36	40		17	37	40	41	39
5	39	39	40	39		18	35	36	36	39
6	40	36	36	36		19	36	40	39	36
7	36	36	39	36		20	35	34	34	34
8	41	41	40	37		21	36	40	35	35
9	36	35	35	36		22	36	36	35	36
10	36	36	36	36		23	35	39	37	41
11	36	39	39	40		24	39	40	40	39
12	36	36	36	36		25	36	36	36	39
13	36	36	36	39						

<u>الحل</u> : نجد الوسط الحسابي $\overline{X}_i$ والمدى R_i لكل عينة :

no. of sample	$\overline{X}_i$	R_i		no. of sample	$\overline{X}_i$	R_i
1	38.75	4		14	35.50	1
2	37.75	4		15	35.75	1
3	36.75	3		16	36.25	4
4	38.75	4		17	39.25	4
5	39.25	1		18	36.50	4
6	37.00	4		19	37.85	4
7	36.75	3		20	34.25	1
8	39.75	4		21	36.50	5
9	35.50	1		22	35.75	1
10	36.00	0		23	38.00	6
11	38.50	4		24	39.50	1
12	36.00	0		25	36.75	3
13	36.75	3		$\sum$	929.25	70

ثم نجد الوسط الحسابي العام $\bar{\bar{X}}$ ومتوسط المدى $\bar{R}$:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \bar{X}_i}{n} = \frac{929.25}{25} = 37.17 \quad \text{و} \quad \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n} = \frac{70}{25} = 2.8$$

أ) حدي السيطرة النوعية للوسط الحسابي $\bar{X} - Chart$ بحيث $A_2 = 0.729$ with $m=4$.

$$UCL(\bar{X}) = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 37.17 + 0.729 * 2.8 = 39.211$$

$$LCL(\bar{X}) = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 37.17 - 0.729 * 2.8 = 35.129$$

من المخطط للسيطرة النوعية للوسط الحسابي نلاحظ إن المتوسطات الخارجة عن السيطرة تتمثـل بالعينات التي تحمل التسلسلات التالية :

no. of sample	$\bar{X}_i$	R_i
5	39.25	1
8	39.75	4
17	39.25	4
20	34.25	1
24	39.50	1

بإستبعاد هذه العينات التي متوسطاتها خارجة عن حدي السيطرة ، ســيكون المتوســط العــام $\bar{\bar{X}}_{new}$ ومتوسط المدى $\bar{R}_{new}$ الجديدان :

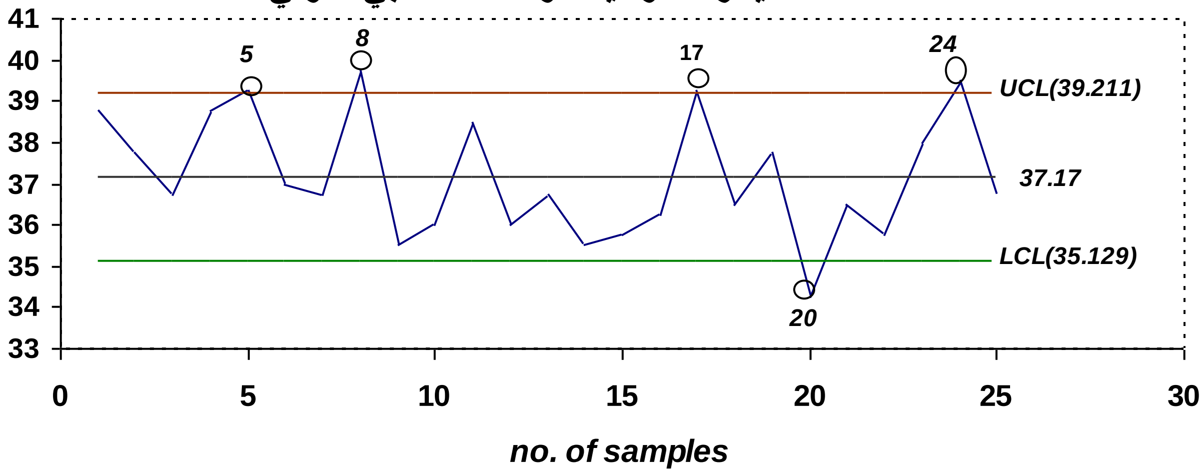
$$\bar{\bar{X}}_{new} = \frac{929.25 - 192}{25 - 5} = 36.86 \quad and \quad \bar{R}_{new} = \frac{70 - 11}{25 - 5} = 2.95$$

لذا فحدي السيطرة النوعية النهائيان للوسط الحسابي سيكونان :

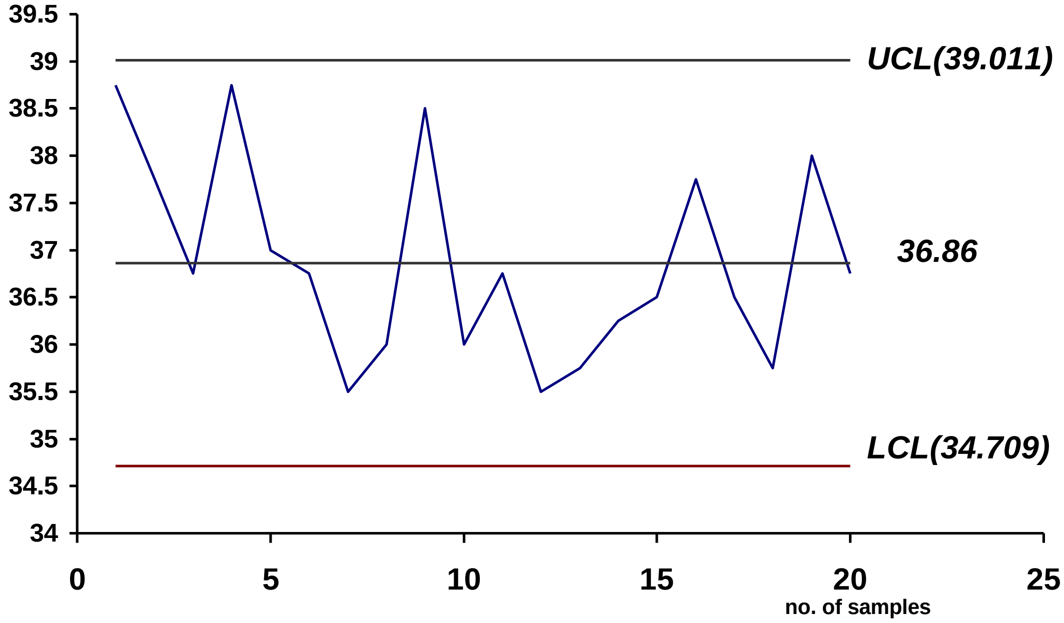
$$UCL(\bar{X})_{new} = \bar{\bar{X}}_{new} + A_2 \bar{R}_{new} = 36.86 + 0.729 * 2.95 = 39.011$$

$$LCL(\bar{X})_{new} = \bar{\bar{X}}_{new} - A_2 \bar{R}_{new} = 36.86 - 0.729 * 2.95 = 34.709$$

مخطط السيطرة النوعية للوسط الحسابي الأولي



المخطط النهائي للسيطرة النوعية للوسط الحسابي

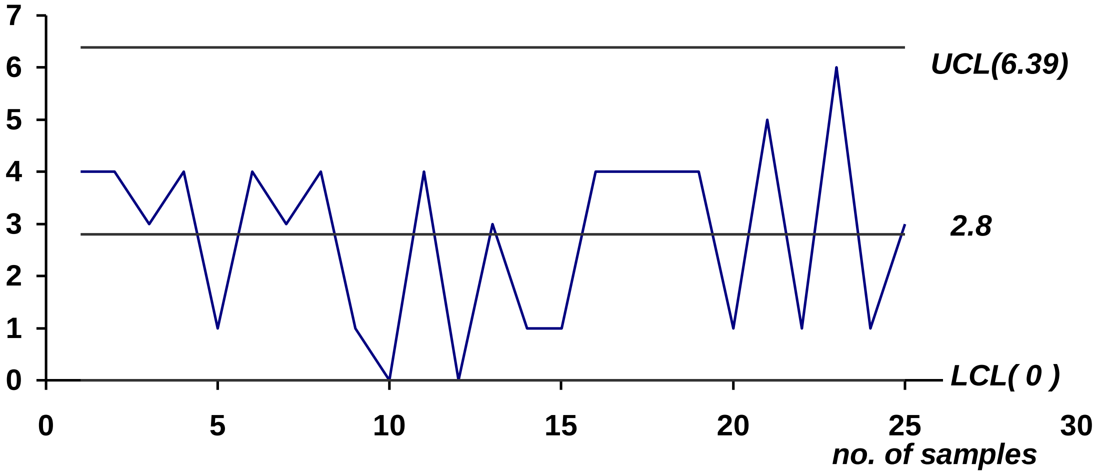


ب) حدي السيطرة النوعية للمدى *R-Chart* :

$$\overline{R}=2.8 \quad , \quad D_3=0 \quad , \quad D_4=2.282$$

$$UCL(R)=D_4\overline{R}=2.282*2.8=6.39 \quad \text{and} \quad LCL(R)=D_3\overline{R}=0*2.8=0$$

مخطط السيطرة النوعية للمدى



من المخطط أعلاه نلاحظ إن جميع المديات R_i تقع داخل حدي السيطرة ، لذا يصبح الحدان أعلاه هما الحدان النهائيان .

ج-حدي السيطرة النوعية للإنحراف المعياري σ- **chart** :

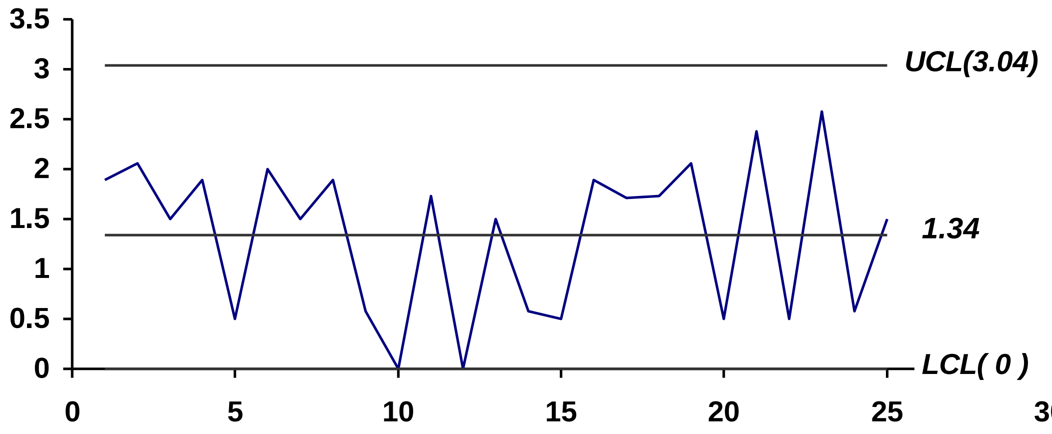
no. of samples	σ_i		no. of samples	σ_i
1	1.89		14	0.58
2	2.06		15	0.50
3	1.50		16	1.89
4	1.89		17	1.71
5	0.50		18	1.73
6	2.00		19	2.06
7	1.50		20	0.50
8	1.89		21	2.38
9	0.58		22	0.50
10	0.00		23	2.58
11	1.73		24	0.58
12	0.00		25	1.50
13	1.50		$\sum$	33.55

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m} X_{ij}^2 - m\overline{X}_i^2}{m-1}} \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 = \sqrt{\frac{36^2 + 40^2 + 40^2 + 39^2 - 4*(38.75)^2}{4-1}} = 1.89 \quad ....etc.$$

$$\overline{\sigma} = \frac{33.55}{25} = 1.34$$

$$UCL(\sigma) = B_2 \times \overline{\sigma} = 2.266 \times 1.34 = 3.04 \quad and \quad LCL(\sigma) = B_1 \times \overline{\sigma} = 0 \times 1.34 = 0$$

مخطط السيطرة النوعية للإنحراف المعياري



من المخطط أعلاه نلاحظ إن جميع الإنحرافات المعيارية σ_i تقع داخل حدي السيطرة لذا يصبح الحدان أعلاه هما الحدان النهائيان .

4-1-10- مخطط السيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعابة *P- Chart* :

يتم إستخدام هذا النوع من المخططات للسيطرة على النوعية فيما يخص نسبة المعاب ضمن المفردات المنتجة لمنتوج معين أو لماكنة معينة أو لوجبة عمل معينة . ويكون حدي السيطرة النوعية الأوليين ، كما يلي :

$$UCL(\bar{P}) = \bar{P} + 3 * \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{m}} \quad and \quad LCL(\bar{P}) = \bar{P} - 3 * \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{m}}$$

إذ إن m تمثل حجم العينة لكل وجبة عمل .

$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i}{n}$ تمثل متوسط نسبة الوحدات المعابة للعينة المختارة .

ثم نقارن نسبة الوحدات المعابة مع حدي السيطرة الأوليين ، فإذا وقعت جميعها ضمن حدي السيطرة النوعية فيعتبر هذان الخطان نهائيان ، أما إذا وقعت واحدة أو أكثر من قيم P_i خارج حدي السيطرة فيعاد إحتساب حدي السيطرة النوعية بعد إستبعاد العينات الواقعة خارج حدي السيطرة الأوليين .

أما الشروط اللازمة لإعداد هذه اللوحة هي :

1. يكون سحب العينات بصورة متتابعة وبفترات زمنية محددة ومنظمة .
2. تساوي حجم العينة المسحوبة ويفضل سحب عينات بعدد كبير من المفردات تكون بين *(100 – 30)* مفردة .

مثال-2 : سحبت 25 عينة من منتوج ما لإحدى المصانع تتكون كل عينة من *200* وحدة إنتاجية ، فوجد إن عدد الوحدات المعابة في كلٍ منها كالآتي :

2 , 3 , 4, 0 , 5, 2 , 13 , 2, 3 , 10, 3 , 0 , 4, 2 , 1, 4 , 5 , 3, 5 , 4, 1 , 2, 6 , 2 ,5

أوجد حدي السيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعابة .

الحل :

n	*defective*	P_i		*n*	*defective*	P_i
1	2	0.010		14	2	0.010
2	3	0.015		15	1	0.005
3	4	0.020		16	4	0.020
4	0	0.000		17	5	0.025
5	5	0.025		18	3	0.015
6	2	0.010		19	5	0.025
7	13	0.065		20	4	0.020
8	2	0.010		21	1	0.005
9	3	0.015		22	2	0.010
10	10	0.050		23	6	0.030
11	3	0.015		24	2	0.010
12	0	0.000		25	5	0.025
13	4	0.020		$\sum$	91	0.455

$$\overline{P}=\frac{\sum_{i=1}^{n}P_i}{n}=\frac{0.455}{25}=0.0182$$

$$UCL(P)=\overline{P}+3*\sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{m}}=0.0182+3*\sqrt{\frac{0.0182*(1-0.0182)}{200}}=0.0466$$

$$LCL(P)=\overline{P}-3*\sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{m}}=0.0182-3*\sqrt{\frac{0.0182*(1-0.0182)}{200}}=-0.010\cong 0$$

ومن مقارنة قيم P_i مع حدي السيطرة الأوليين أعلاه ، نلاحظ إن قيم P_i التي تقع خارج هذين الحدين هما :

n	$Def.$	P_i
7	13	0.065
10	10	0.050
$\sum$	23	0.115

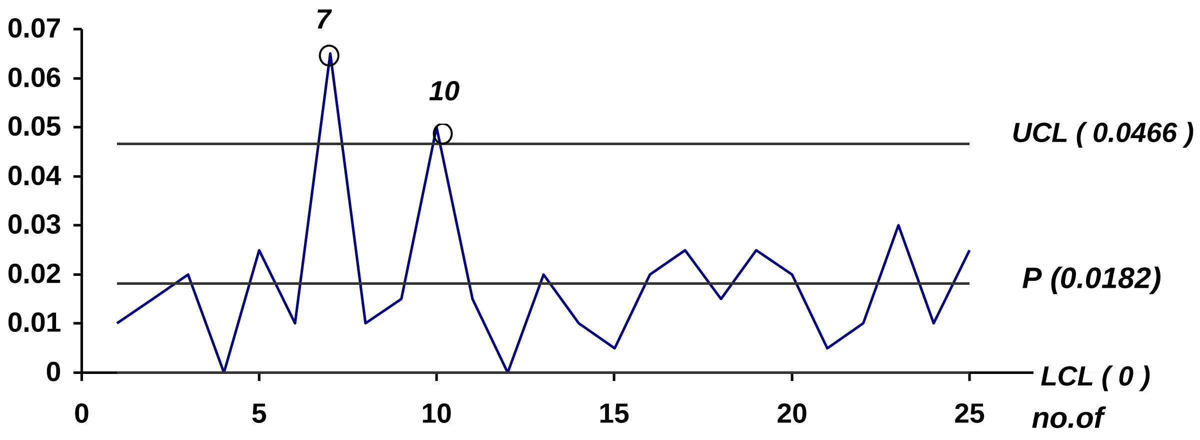
وبإستبعادهما نحصل على حدي السيطرة النهائيين ، وكما يلي :

$$\overline{P}_{new}=\frac{0.455-0.115}{25-2}=0.0147$$

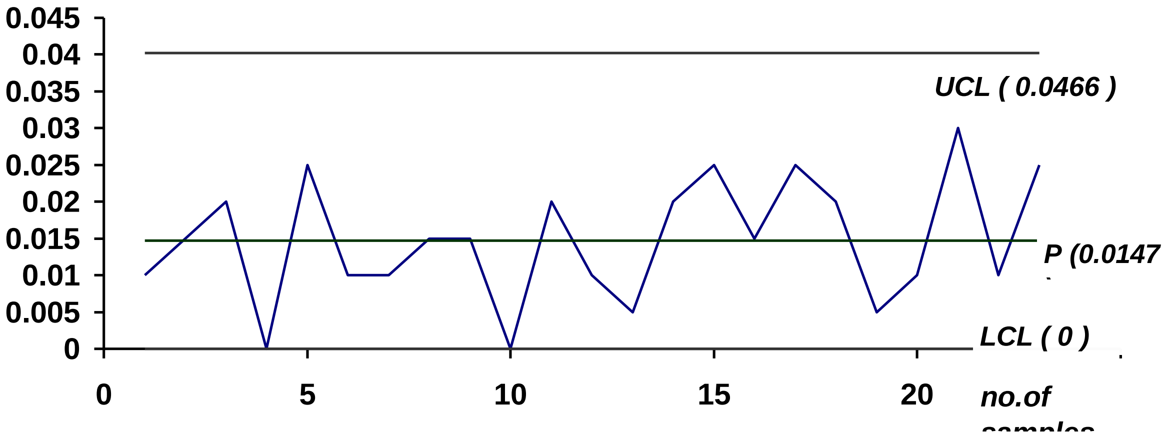
$$UCL(P)_{new}=0.0147+3*\sqrt{\frac{0.0147*(1-0.0147)}{200}}=0.0402$$

$$LCL(P)_{new}=0.0147-3*\sqrt{\frac{0.0147*(1-0.0147)}{200}}=-0.0108\cong 0$$

المخطط الأولي للسيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعابة



المخطط النهائي للسيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعابة



10-2- <u>مستوى الجودة</u> :

لتقييم مستوى الجودة لا بد من مطابقة حدود لوحة السيطرة مع حدود لوحة المواصفات ، فإذا كانت نتيجة المطابقة وقوع حدي لوحة السيطرة ضمن حدي لوحة المواصفات ، فإن هذا يدل على أحكام السيطرة على العمليات الإنتاجية ، أما إذا كانت نتيجة المطابقة خروج أحد حدود لوحة السيطرة أو كلا الحدين عن حدود لوحة المواصفات فهذا يشير إلى إن الإنتاج غير مرضي مما يتطلب إتخاذ الإجراءات اللازمة لضمان تحقيق المواصفات وبحدود السماحات المثبتة والتي وضعت أساساً بعد التأكد من إن قابلية العمال ودقة المكائن قادرة على تحقيقها .

وللتأكد من مستوى الجودة لا بد من إستخدام بعض الأساليب الرياضية التي يمكن خلالها التعرف على مدى مطابقة الإنتاج للمواصفات المحددة مسبقاً .

وإن أحد هذه الأساليب هو : $\frac{3\sigma}{T} \leq 1$ حيث إن T تمثل مقدار السماح .

كما يمكن إيجاد عدد الإنحرافات المعيارية N_σ من العلاقة : $N_\sigma = \frac{T}{\sigma}$.

من الجدول أدناه ، يمكن إيجاد نصف المساحة تحت المنحني الطبيعي والنسبة للوحدات المعابة :

N_σ	1/2 area	Def. %
0.00	0.500	100.0
0.25	0.401	80.2
0.50	0.309	61.8
0.75	0.227	45.4
1.00	0.159	30.8
1.25	0.106	21.2
1.50	0.067	13.4
1.75	0.040	8.0
2.00	0.023	4.6
2.25	0.012	2.4
2.50	0.006	1.2
2.75	0.003	0.6
3.00	0.001	0.2

وكما موضح في الشكل أدناه :

مثال-3 : من بيانات المثال الول ، أوجد مستوى جودة افنتاج ونسبة الوحدات المعابة .

الحل : رجوعاً لبيانات المثال-1 نجد إن $\sigma = 1.34$ وإن مقدار السماح لحدي السيطرة النهائي للوسط الحسابي هو : $T = 39.011 - 36.86 = 2.151$ ، وعليه فإن مستوى الجودة يكون :

$$\frac{3\sigma}{T} = \frac{3 * 1.34}{2.151} = 1.87 > 1$$

ولكون خارج القسمة أكبر من الواحد فهذا يعني إن الإنتاج واقع خارج حدود السيطرة وإنه يحتوي على كمية من الوحدات المعابة .

لحساب النسبة المئوية للوحدات المعابة نجد عدد الإنحرافات المعيارية :

$$N_\sigma = \frac{T}{\sigma} = \frac{2.151}{1.34} = 1.6$$

وبإستخدام الجدول السابق ، نجد إن 1.6 من الإنحرافات المعيارية يقابل نسبة وحدات معابة مقدارها 11% تقريباً ويمكن تمثيله بالشكل الآتي :

الفحص بالعينات :

مما لاشك فيه إن أبسط طريقة لضبط الجودة تتمثل بالفحص الشامل لجميع السلع المنتجة وعــزل المعاب منها ولكن هذه الطريقة غير إقتصادية واحياناً يستحيل تطبيقها ولأسباب سبق ذكرها سابقاً .

لذا فإن إتخاذ القرار لقبول الإنتاج أو رفضه بإستخدام أسلوب الفحص العيني يعتمد علـــى نســـبة المعاب في العينة المسحوبة بطريقة عشوائية .

وفي الواقع العملي ، إذا كانت عدد الوحدات المعابة المتفق عليها لقبول الدفعة أقل مـــن d ، قـــد يظهر بالصدفة في عينة معينة أقل من d مفردة معابة لذا تقبل الدفعة على هذا الأساس في حين كان يجب رفضها لإحتوائها على مفردات معابة أكثر من النسبة المتفق عليهـــا وهـــذا يشـــكل مخـــاطرة المستهلك ***Consumer's risk*** وقد يظهر في الصدفة في عينة أخـــرى d مـــن المفـــردات المعابـــة وترفض هذه الدفعة على هذا الأساس ،في حين كان يجب قبولها لإحتوائها على مفردات معابة أقل من النسبة المسموح بها وهذا يشكل مخاطرة المنتج ***Producer's risk*** .

وعلى فرض إن مستوى الجودة للقبول هو d_1 ومستوى الجودة المحددة هو d_2 . فعند d_1 يكـــون إحتمال قبول الدفعة هو P_1 لهذا فإحتمال رفضها يكون $(1-P_1)$ إذ تمثل مخاطرة المنتج (إحتمال رفض الدفعة خطأ ويفترض إنها تقبل) ، أما إذا تعرضت دفعة معينة لمستوى d_2 أو أقل بسبب فحص عينة قليلة العيوب بالصدفة وقبلت الدفعة في حين كان المفروض رفضها ن فـــإن هـــذا يشـــكل مخـــاطرة المستهلك وليكن P_2 ، وكما موضحة في الشكل :

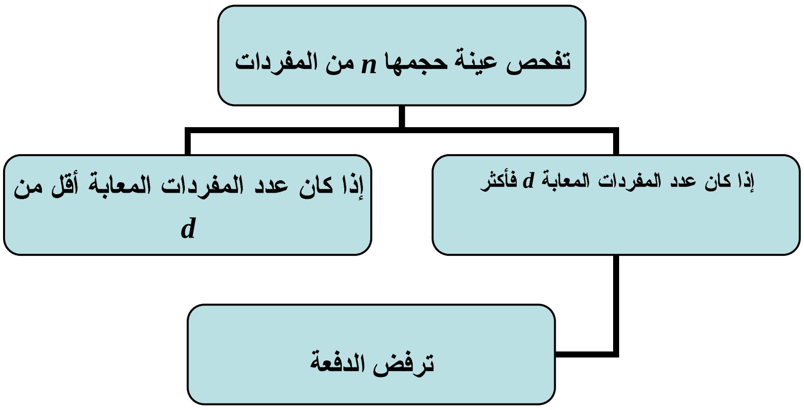
أما أنواع الخطط للفحص العيني فهي :

أ- <u>الفحص العيني الأحادي</u> : يعتمد قرار قبول أو رفض المنتج طبقاً لهذه الخطة على نتائج فحـــص عينة واحدة مسحوبة بطريقة عشوائية من الإنتاج ويتخذ القرار إستناداً إلـــى عـــدد الوحـــدات المسموح بها من القطع المعابة في العينة .

إذا سحبت عينة عشوائية بحجم n مفردة وكانت عدد الوحدات المعابة المتفق عليهـــا لقبـــول الدفعة أقل من d فنتيجة الفحص تكون :

- إذا وجد في العينة أقل من d مفردة معابة تقبل الدفعة .
- إذا وجد في العينة d من المفردات المعابة أو أكثر ترفض الدفعة أو تفحص فحصاً شاملاً.

وكما في الشكل أدناه :



ب- **<u>الفحص العيني الثنائي</u> : يعتمد إتخاذ القرار في حالة الفحص العيني الثنائي إستناداً لنتائج فحص عينتين وبالترتيب التالي :**

تسحب عينة وتفحص الحالات التالية :

العينة جيدة – لهذا تقبل الدفعة .

العينة غير جيدة – ترفض الدفعة .

العينة ليست جيدة ولاسيئة – لهذا تؤخذ عينة ثانية وتفحص .

إتخاذ القرار في هذه الحالة يعتمد على عدد الوحدات المعابة في العينتين معاً ، وكما موضحة في الشكل أدناه بإفتراض إن :

d_1 **يمثل أقل عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينة الأولى .**

d_2 **يمثل أكبر عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينة الأولى .**

d_3 **يمثل أكبر عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينتين معاً .**

ج- **<u>الفحص العيني المتعدد</u> : في حالة عدم التوصل لإتخاذ قرار بإتباع الفحص العيني الثنائي تتحتم ضرورة سحب عينة ثالثة أو عدد من العينات . ويعتمد هذا العدد على كلفة الفحص ودرجة الدقة المطلوبة وطبيعة العمليات التصنيعية ومستوى مهارة المنفذين لها . والشكل ادناه يوضح هذه الحالة بإفتراض إن :**

d_{11} **يمثل أقل عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينة الأولى .**

d_{12} **يمثل أكبر عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينة الأولى .**

d_{21} **يمثل أقل عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينتين معاً .**

d_{22} يمثل أكبر عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينتين معاً .

:

:

d_r يمثل عدد الوحدات المعابة المسموح بها في كل العينات r .

<u>توزيع ثنائي الحدين *Binomial distribution*</u> : إذا سحبت عينة عشوائية بحجم n من الوحدات الإنتاجية وبإفتراض إن نسبة الوحدات المعابة في الإنتاج هو p ، فإن إحتمال الحصول على x من الوحدات المعابة في العينة المسحوبة حسب توزيع ثنائي الحدين سيكون :

$$P(x) = C_x^n . p^x (1-p)^{n-x} , \quad x = 0,1,2,...,n$$

$$Where: \quad C_x^n = \frac{n!}{x!.(n-x)!} \quad , \quad n! = n(n-1)(n-2)....2.1$$

<u>مثال 4</u> : في مصنع لإنتاج المصابيح تنص خطة فحص الإنتاج على سحب عينة بحجم 10 مفردات بطريقة عشوائية خلال كل ساعة من ساعات وجبة العمل . وإزاء ذلك إذا لم يظهر في العينة إي مصباح معاب فعندئذٍ تقبل الدفعة ، أما إذا ظهر فيها أكثر من مصباحين معابين فإنه يجب رفض هذه الدفعة وضرورة إخضاع الإنتاج للفحص الشامل . وفي حالة ظهور مصباح واحد أو إثنين معابين يجب عند ذلك سحب عينة بحجم 20 مفردة وخلال ذلك إذا وجد في العينتين مصباحين أو أقل تقبل الدفعة إلا إنه إذا ظهر خلاف ذلك أي أكثر من مصباحين معابين فعندئذٍ ينبغي رفض الدفعة وإخضاع الإنتاج للفحص الشامل .

أوجد معادلة إحتمال قبول الدفعة بدلالة نسبة المعاب بين 0.01 و 0.03 ومعرفة إحتمال مخاطرة المنتج عند نسبة معاب 0.025 وكذلك إحتمال مخاطرة المستهلك عند نسبة معاب 0.20.

<u>الحل</u>: يمكن توضيح المسألة أعلاه بالمخطط التالي :

إحتمال قبول أي من الدفعتين P = إحتمال عدم ظهور مصباح معاب في العينة الأولى + إحتمال ظهور مصباح معاب في العينة الأولى وعدم ظهور مصباح معاب في العينة الثانية + إحتمال ظهور مصباح معاب في العينة الأولى ومصباح معاب واحد في العينة الثانية + إحتمال ظهور مصباحين معابين في العينة الأولى وعدم ظهور مصباح معاب في العينة الثانية .

$$P = P_1(0) + P_1(1) . P_2(0) + P_1(1) . P_2(1) + P_1(2) . P_2(0)$$

باعتبار إن $P_1(x)$ يمثل إحتمال ظهور x من المصابيح المعابة في العينة الأولى .

$P_2(x)$ يمثل إحتمال ظهور x من المصابيح المعابة في العينة الثانية .

لذا فإن :

$$P_1(x) = C_x^{10} p^x (1-p)^{10-x} \quad , \quad x = 0,1,2,...,10$$

$$P_1(0) = C_0^{10} p^0 (1-p)^{10-0} = (1-p)^{10}$$

$$P_1(1) = C_1^{10} p^1 (1-p)^{10-1} = 10p(1-p)^9$$

$$P_1(2) = C_2^{10} p^2 (1-p)^{10-2} = 45p^2(1-p)^8$$

$$P_2(x) = C_x^{20} p^x (1-p)^{20-x} \quad , \quad x = 0,1,2,...,20$$

$$P_2(0) = C_0^{20} p^0 (1-p)^{20-0} = (1-p)^{20}$$

$$P_2(1) = C_1^{20} p^1 (1-p)^{20-1} = 20p(1-p)^{19}$$

$$P(p) = (1-p)^{10} + 10p(1-p)^9(1-p)^{20} + 10p(1-p)^9 .20p(1-p)^{19} \\ + 45p^2(1-p)^8(1-p)^{20}$$

$$P(p) = (1-p)^{10}\left[1 + 10p(1-p)^{18}(1 + 23.5p)\right]$$

وعند تعويض قيم مختلفة فيما يخص نسب المعاب p في المعادلة أعلاه نحصل على الجدول :

p	0.01	0.03	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
P	0.998	0.955	0.857	0.524	0.269	0.129	0.062	0.029

لذا فإحتمال مخاطرة المنتج بنسبة معاب 0.025 تكون :

$$1 - P(0.025) = 1 - (1 - 0.025)^{10} \{ 1 + 10 * 0.025 * (1 - 0.025)^{18}(1 + 23.5*0.025)\} \\ = 0.03$$

أي إحتمال مخاطرة المنتج هو 3% .

أما إحتمال مخاطرة المستهلك بنسبة معاب 0.20 من الجدول أعلاه تكون 12.9% .

تمارين الفصل العاشر

1- سحبت عينة عشوائية يومياً تتكون من 50 دائرة كهربائية تستخدم لصناعة إحدى الأجهزة الأليكترونية ولمدة 20 يوماً ، وبعد فحصها كانت عدد الدوائر المعابة لكل يوم كالآتي :

1 , 2 , 3 , 1 , 2 , 2 , 5 , 2 , 3 , 5 , 3 , 9 , 2 , 3 , 1 , 3 , 6 , 2 , 3 و 4

أوجد حدي السيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعابة . *(ans.0 , 0.1533)*

2- سحبت 10 عينات عشوائية من مصنع لتعبئة الأسماك البحرية وكل عينة تحتوي على 5 علب ، كانت أوزانها (باوند) كالآتي :

n	*measurements*				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	*1.04*	*1.01*	*0.98*	*1.02*	*1.00*
2	*1.02*	*0.97*	*0.96*	*1.01*	*1.02*
3	*1.01*	*1.07*	*0.99*	*1.03*	*1.00*
4	*0.98*	*0.97*	*1.02*	*0.98*	*0,98*
5	*0.99*	*1.03*	*0.98*	*1.02*	*1.01*
6	*1.02*	*0.95*	*1.04*	*1.02*	*0.95*
7	*1.00*	*0.99*	*1.01*	*1.02*	*1.01*
8	*0.99*	*1.02*	*1.00*	*1.04*	*1.09*
9	*1.03*	*1.04*	*0.99*	*1.02*	*0.94*
10	*1.02*	*0.98*	*1.00*	*0.99*	*1.02*

أوجد حدي السيطرة النوعية : أ) للوسط الحسابي و ب) للمدى .

(ans. a) 0.9679 , 1.0429 , b) 0 , 0.137)

3- كوّن مخطط سيطرة نوعية مناسب للعملية الإنتاجية المتمثلة بالبيانات التالية التي جمعت خلال شهر معين :

Date	*Sample size*	*No. of defectives*	*Date*	*Sample size*	*No. of defectives*
1	*200*	*3*	*12*	*200*	*3*
2	*200*	*1*	*13*	*200*	*6*
3	*200*	*0*	*14*	*200*	*8*
4	*200*	*2*	*15*	*200*	*5*
5	*200*	*4*	*16*	*200*	*9*
6	*200*	*1*	*17*	*200*	*3*
7	*200*	*2*	*18*	*200*	*1*
8	*200*	*0*	*19*	*200*	*0*
9	*200*	*3*	*20*	*200*	*2*
10	*200*	*2*	*21*	*200*	*3*
11	*200*	*1*	*22*	*200*	*1*

(ans. 0 , 0.0332)

4- أوجد مخطط السيطرة النوعية للإنحراف المعياري للبيانات التالية :

N	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
1	0.498	0.492	0.510	0.505	0.504	0.487
2	0.482	0.491	0.502	0.481	0.496	0.492
3	0.501	0.512	0.503	0.499	0.498	0.511
4	0.498	0.486	0.502	0.503	0.510	0.501
5	0.500	0.507	0.509	0.498	0.512	0.518
6	0.476	0.492	0.496	0.521	0.505	0.490
7	0.483	0.487	0.495	0.488	0.502	0.486
8	0.502	0.500	0.511	0.496	0.500	0.503
9	0.492	0.504	0.472	0.515	0.498	0.487
10	0.511	0.522	0.513	0.518	0.520	0.516
11	0.488	0.512	0.501	0.498	0.492	0.498
12	0.504	0.502	0.496	0.501	0.491	0.496
13	0.501	0.413	0.499	0.496	0.508	0.502
14	0.489	0.491	0.496	0.510	0.508	0.503
15	0.511	0.499	0.508	0.503	0.496	0.505

(ans. 0.0002 , 0.0158)

5-تم سحب 25 عينة ، حجم كلٍ منها 4 مفردات للسيطرة على خاصية نوعية منتج صناعي . وجد الفاحص إن مجموع قيم الأوساط الحسابية $\sum \overline{X}_i = 160.25$ ومجموع قيم المديات $\sum R_i = 2.19$ ومجموع قيم الإنحرافات المعيارية $\sum \sigma_i = 2.05$. عند أخذ عينة واحدة كانت نتائج قياس الخاصية النوعية لها (بالمليمتر) كالآتي : 6.58 ، 6.28 ، 6.44 و 6.38 ،

المطلوب : هل إن العينة تقع ضمن حدود السيطرة النوعية :

أ) للوسط الحسابي ، ب) للمدى و ج) للإنحراف المعياري .

(ans. a) yes , b) no , c) yes)

الفصل الحادي عشر

المعولية [3] *Reliability*

المعولية *Reliability* : هي إحتمال إنجاز الجهاز (أو المنظومة) لمهامه المطلوبة بدون عطل خلال فترة زمنية محددة تحت شروط عمل معينة ، مع الأخذ بنظر الإعتبار :

1- تحديد معنى العطل بشكل دقيق وغير غامض بحيث يمكن ملاحظته .

2- تحديد وحدة الزمن وفي بعض الحالات لا تقاس المعولية بفترة زمنية وإنما بمسافة (ميل مثلاً) أو بعدد الوحدات أو الطلبات المنتجة .

3- يتم عمل الجهاز (المنظومة) تحت ظروف طبيعية ، إذ تتضمن عدة عوامل منها التحميل (كالوزن ، الفولتية ، الضغط) ، البيئة (كدرجة الحرارة ، الرطوبة ، الإهتزاز ، الإرتفاع العمودي) وشروط العمل (كالخزن ، الصيانة والنقل) .

بإفتراض إن T متغير عشوائي مستمر *Continuous Random Variable* يمثل وقت عطل الجهاز بحيث $T \geq 0$. لذا يمكن صياغة دالة المعولية *Reliability function* ، كما يلي :

$$R(t) = Pr(T \geq t) \quad \forall t \geq 0$$

$$\text{where} \quad 1)\quad 0 \leq R(t) \leq 1$$

$$2)\quad R(0) = 1$$

$$3)\quad \lim_{t \to \infty} R(t) = 0$$

وعليه فإن إحتمال عطل الجهاز قبل الزمن t يكون :

$$F(t) = 1 - R(t) = Pr(T < t)$$

$$\text{where} \quad 1)\quad 0 \leq F(t) \leq 1$$

$$2)\quad F(0) = 0$$

$$3)\quad \lim_{t \to \infty} F(t) = 1$$

علماً إن $F(t)$ هي دالة التوزيع التجميعي *Cumulative distribution function (c.d.f.)* لدالة العطل *Failure function* .

أما إحتمال حدوث العطل في الجهاز خلال الفترة الزمنية [a , b] يكون :

$$Pr(a \leq T \leq b) = F(b) - F(a) = R(a) - R(b) = \int_a^b f(t)dt$$

إذ إن $f(t)$ تمثل دالة الكثافة الإحتمالية *Probability distribution function (p.d.f.)* لدالة العطل ، وتحسب من الصيغة التالية :

$$f(t)=\frac{d}{dt}F(t)=-\frac{d}{dt}R(t)$$

$$\text{where}\quad 1)\quad f(t)\geq 0$$

$$2)\quad \int_0^t f(t)=1$$

وعليه فإن :

$$F(t)=\int_0^t f(u)du \quad \text{and} \quad R(t)=\int_t^\infty f(u)du$$

<u>مثال–1</u> – إذا علمت إن دالة الكثافة الإحتمالية للمتغير العشوائي T الذي يمثل الزمن المستغرق (ساعة عمل) قبل عطل الضاغطة *Compressor* هي :

$$f(t)=\frac{0.001}{(0.001t+1)^2} \quad t\geq 0$$
$$=0 \qquad o.w$$

أوجد : أ) دالة المعولية لإشتغال الضاغطة 100 ساعة عمل .

ب) ما هو الزمن الممكن أن تشتغل فيه الضاغطة إذا كانت المعولية هي 0.95 ؟

ج) إحتمال إشتغال الضاغطة فترة [100 , 10] ساعة عمل .

<u>الحل</u> – أ)

$$R(t)=\int_t^\infty \frac{0.001}{(0.001t+1)^2}dt=-\left[\frac{1}{0.001t+1}\right]_t^\infty=-\frac{1}{\infty}+\frac{1}{0.001t+1} \Rightarrow R(t)=\frac{1}{0.001t+1}$$

$$R(100)=\frac{1}{0.001*100+1}=0.909$$

ب)

$$R(t)=\frac{1}{0.001t+1}=0.95 \quad \Rightarrow \quad t=\frac{1}{0.001}\left(\frac{1}{0.95}-1\right)=52.6 \quad hrs.$$

ج)

$$Pr(10\leq T\leq 100)=R(10)-R(100)=\frac{1}{0.001*10+1}-\frac{1}{0.001*100+1}=0.081$$

<u>متوسط زمن العطل *Mean Time of Failure (MTTF)*</u> : يمكن حساب متوسط زمن العطل من الصيغة التالية :

$$MTTF=E(t)=\int_0^\infty t.f(t)dt=\int_0^\infty R(t)dt$$

أما التباين *Variance* للتوزيع الإحتمالي للعطل فيحسب من الصيغة :

$$\sigma^2=V(t)=\int_0^\infty t^2.f(t)dt-(MTTF)^2$$

ومن الطبيعي فإن الإنحراف المعياري *Standard deviation* للتوزيع يكون الجذر التربيعي للتباين.

مثال-2- إذا كانت دالة الكثافة الإحتمالية *p.d.f.* كما يلي :

$$f(t)=0.002*e^{-0.002t} \quad t\geq 0$$
$$=0 \qquad o.w$$

إحسب متوسط زمن العطل *MTTF* والتباين والإنحراف المعياري .

الحل- أ) متوسط زمن العطل يكون :

$$MTTF=\int_0^\infty t.f(t)dt=\int_0^\infty 0.002t*e^{-0.002t}dt$$

$$MTTF=-\left[t*e^{-0.002t}+\int e^{-0.002t}\right]_0^\infty=\left[-t*e^{-0.002t}-\frac{1}{0.002}e^{-0.002t}\right]_0^\infty=500 \quad hrs.$$

$$where \quad \lim_{t\to\infty}\frac{t}{e^{0.002t}}=0 \quad by \quad L'Hopital \quad rule$$

ب) التباين يكون :

$$\sigma^2=\int_0^\infty t^2 f(t)dt-(MTTF)^2=\int_0^\infty t^2(0.002*e^{-0.002t})dt-(500)^2$$

بإستخدام طريقة التجزئة لتكامل الدالة أعلاه نحصل على :

$$\sigma^2=\left[-t^2e^{-0.002t}-\frac{2t}{0.002}e^{-0.002t}-\frac{2}{0.00004}e^{-0.002t}\right]_0^\infty-(500)^2=250000 \quad hrs.^2$$

$$By \quad L'Hopital \quad rule \quad \lim_{t\to\infty}\frac{t^2}{e^{0.002t}}=0 \quad and \quad \lim_{t\to\infty}\frac{t}{e^{0.002t}}=0$$

ج) الإنحراف المعياري

يكون : $\sigma=\sqrt{\sigma^2}=\sqrt{250000}=500 \quad hrs.$

دالة نسبة المخاطرة *Hazard rate function* : وتسمى أيضاً دالة نسبة العطل *Failure rate function* ، إذ تتمثل بالإحتمال الشرطي لعطل الجهاز خلال الفترة $t+\Delta t\,,\,t$ ، علماً بأن الجهاز إشتغل حتى الزمن t ، أي إن :

$$Pr(t\leq T\leq t+\Delta t/T\geq t)=\lambda(t)=\frac{f(t)}{R(t)} \quad \Rightarrow \quad R(t)=e^{-\int_0^t\lambda(t)dt}$$

مثال-3- إذا كانت دالة نسبة المخاطرة الخطية هي :

$$\lambda(t)=5*10^{-6}\,t$$

إذ إن t تمثل ساعات الإشتغال ، ما هو الزمن الذي يشتغله الجهاز قبل عطله ، إذا علمت إن المعولية هي 0.98 ؟

<u>الحل</u>-

$$R(t)=e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \quad \Rightarrow \quad 0.98=e^{-\int_0^t 5*10^{-6}tdt}$$

$$0.98=e^{-2.5*10^{-6}t^2} \quad \Rightarrow \quad t=\sqrt{\frac{ln0.98}{-2.5*10^{-6}}}\cong 90hrs.$$

<u>مثال-4</u>- إذا علمت إن دالة المعولية لجهاز هي :

$$R(t)=1-\frac{t^2}{a^2} \quad where \quad 0\le t\le a$$

إذ إن a تمثل معلمة التوزيع (أعلى عمر للجهاز) ، أوجد :

أ) دالة الكثافة الإحتمالية $p.d.f.$ للعطل .

ب) دالة نسبة المخاطرة (العطل) للجهاز خلال الفترة t .

ج) متوسط زمن العطل $MTTF$.

<u>الحل</u>- أ)

$$f(t)=-\frac{d}{dt}R(t)=-\frac{d}{dt}\left(1-\frac{t^2}{a^2}\right)=\frac{2t^2}{a^2}$$

ب)

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{2t}{a^2}\div\left(1-\frac{t^2}{a^2}\right)=\frac{2t}{a^2-t^2}$$

ج)

$$MTTF=\int_0^a R(t)dt=\int_0^a\left(1-\frac{t^2}{a^2}\right)dt=\left[t-\frac{t^3}{3a^2}\right]_0^a=\frac{2}{3}a$$

<u>دالة المعولية الشرطية *Conditional Reliability*</u> : تمثل إحتمال إشتغال الجهاز فترة زمنية إضافية قدرها t أكثر من الزمن الذي إشتغله فعلاً T_0 ، أي إن :

$$R(t/T_0)=exp\left(-\int_{T_0}^{T_0+t}\lambda(t)dt\right)=\frac{R(T_0+t)}{R(T_0)}$$

<u>مثال-5</u>- إذا كانت

$$\lambda(t)=\frac{1}{2000}\left(\frac{t}{1000}\right)^{-0.5} \quad where \quad t \quad in \quad years$$

أوجد قيمة إذا علمت إن : $1)R(t)=0.90 \quad and \quad 2)R(t/0.5)=0.90$

<u>الحل</u>- 1)

$$R(t)=e^{-\int_0^t\lambda(t)dt}=e^{-\int\frac{1}{2000}\left(\frac{t}{1000}\right)^{-0.5}}=e^{-\left(\frac{t}{1000}\right)^{0.5}}=0.90$$

$$\Rightarrow \quad t=1000*(ln0.09)^2=11.1years$$

$$R(t/0.5)=\frac{R(t+0.5)}{R(0.5)}=\frac{e^{-\left(\frac{t+0.5}{1000}\right)^{0.5}}}{e^{-\left(\frac{0.5}{1000}\right)^{0.5}}}=0.90$$

(2

$$\Rightarrow \quad t=1000\left[\left(\frac{0.5}{1000}\right)^{0.5}-\ln 0.90\right]^{2}-0.5=15.813\,years$$

مثال-6- إذا كانت $\lambda>0 \quad where \quad \lambda(t)=\lambda t$ ، أوجد قيمة $R(t/T_0)$.

الحل-

$$R(t)=e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}=e^{-\int_0^t \lambda t dt}=e^{-\frac{\lambda}{2}t^2}$$

$$R(t/T_0)=\frac{R(t+T_0)}{R(T_0)}=\frac{e^{-\frac{\lambda}{2}(t+T_0)^2}}{e^{-\frac{\lambda}{2}T_0^{\,2}}}=e^{-\frac{\lambda}{2}(t^2+2T_0t)}$$

مثال-7- أوجد $R(t/T_0)$ لدالة المثال-4 .

الحل-

$$R(t/T_0)=\frac{R(t+T_0)}{R(T_0)}=\frac{1-\frac{(t+T_0)^2}{a^2}}{1-\frac{T_0^{\,2}}{a^2}}=\frac{a^2-(t+T_0)^2}{a^2-T_0^{\,2}}$$

دالة المعولية الأسية *The Exponential Reliability function* : يعتبر التوزيع الأســـي *exponential distribution* من أكثر التوزيعات إستخداماً في الدوال الهندسية للمعولية ويسمى أيضاً نموذج *Constant Failure Rate (C.F.R.)* .

بإفتراض ثبات دالة نسبة العطل (أي إن: $t\geq 0 \quad \lambda(t)=\lambda$) ، وعليه فإن :

$$R(t)=e^{-\lambda t} \quad , \quad F(t)=1-e^{-\lambda t}$$

$$f(t)=\lambda e^{-\lambda t} \quad , \quad MTTF=\frac{1}{\lambda}$$

$$\sigma^2=\frac{1}{\lambda^2} \quad and \quad R(t/T_0)=R(t)$$

مثال-8- جهاز *Microwave transmitter* يعطي نسبة عطل ثابتة مقدارها *0.00034* لكل ســاعة عمل ، لذا فإن :

$$\lambda(t)=0.00034 \qquad , \qquad R(t)=e^{-0.00034t}=R(t/T_0)$$
$$F(t)=1-e^{-0.00034t} \qquad , \qquad f(t)=0.00034*e^{-0.00034t}$$
$$MTTF=\frac{1}{0.00034}=2941.18hrs. \quad and \quad \sigma^2=\frac{1}{(0.00034)^2}=8650519hrs.^2$$

أما إحتمال إشتغال الجهاز أكثر من 30 يوماً بشكل متواصل يكون :

$$t=30*24=720 \quad \Rightarrow \quad R(720)=e^{-0.00034*720}=0.783$$

<u>توزيع ويبل للمعولية *Weibull distribution in reliability*</u> : من التوزيعــات الأخــرى الأكثر أهمية هو توزيع ويبل . بإفتراض إن دالة نسبة العطل هي :

$$\lambda(t)=\frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} \qquad , \qquad \theta,\beta>0 \quad , \quad t\geq 0$$

$$where \quad \theta \, is \quad scale \quad parameter$$
$$\beta \, is \quad shape \quad parameter$$

وعليه فإن :

$$R(t)=e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} \qquad , \qquad F(t)=1-e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}$$
$$f(t)=\frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1}e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} \qquad , \qquad MTTF=\theta.\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)$$
$$\sigma^2=\theta^2\left[\Gamma\left(\frac{2}{\beta}+1\right)-\left(\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)\right)^2\right]$$
$$and \quad R(t+T_0)=exp\left[-\left(\frac{t+T_0}{\theta}\right)^{\beta}+\left(\frac{T_0}{\theta}\right)^{\beta}\right]$$
$$where \quad \Gamma(\alpha)=\int_0^{\infty} y^{\alpha-1}e^{-y}dy=(\alpha-1).\Gamma(\alpha-1)$$

علماً بأن $\Gamma(\alpha)$ يمكن إستخراجها من الجداول المرفقة .

<u>مثال-9</u>- إذا كانت معلمات توزيع ويبل لعطل الجهاز كالآتي :

***Shape parameter (β) = 1 / 3 and Scale parameter (θ) = 16000* ، لذا فإن :**

$$1)\quad \lambda(t)=\frac{\frac{1}{3}}{1600}\left(\frac{t}{16000}\right)^{\frac{1}{3}-1}=0.0132283*t^{-\frac{2}{3}}$$

$$2)\quad R(t)=e^{-\left(\frac{t}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}}=e^{-0.0132283*t^{\frac{1}{3}}}$$

$$3)\quad F(t)=1-e^{-0.0132283*t^{\frac{1}{3}}}$$

$$4)\quad f(t)=\frac{\frac{1}{3}}{16000}\left(\frac{t}{16000}\right)^{\frac{1}{3}-1}e^{-\left(\frac{t}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}}=0.0132283*t^{-\frac{2}{3}}e^{-0.0132283*t^{\frac{1}{3}}}$$

$$5)\quad MTTF=16000*\Gamma\left(\frac{1}{\frac{1}{3}}+1\right)=16000*\Gamma(4)=16000*3!=96000hrs.$$

$$6)\quad \sigma^2=(16000)^2\left[\Gamma\left(\frac{2}{\frac{1}{3}}+1\right)-\left(\Gamma\left(\frac{1}{\frac{1}{3}}+1\right)\right)^2\right]=(16000)^2\left[\Gamma(7)-(\Gamma(4))^2\right]$$

$$=(16000)^2\left[6!-(3!)^2\right]=1.75104*10^{11}\quad\Rightarrow\quad \sigma=418454.3$$

$$7)\quad R(t/T_0)=exp\left[-\left(\frac{t+T_0}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{T_0}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}\right]$$

بإفتراض إن $R(t/10)=0.90$ لذا فالزمن سيكون :

$$0.90=exp\left[-\left(\frac{t+10}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{10}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}\right]$$

$$\Rightarrow\quad t=16000\left[\left(\frac{10}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}-ln0.90\right]^3-10=101.24hrs.$$

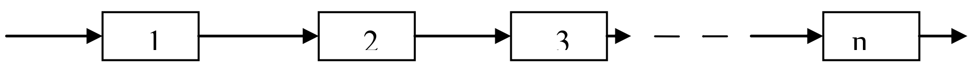
<u>ربط المنظومة</u> : يتم ربط الأجهزة داخل المنظومة في إحدى الحالات الثلاثة التالية :

1- **ربط على التوالي *Serial configuration* .**

2- **ربط على التوازي *Parallel configuration* .**

3- ربط على التوالي والتوازي معاً *Combined series-parallel system* .

1- <u>الربط على التوالي *Serial configuration*</u> : لضمان إشتغال المنظومة في هذا الربط يجب أن تعمل جميع المركبات في داخلها ، وإن عطل أي جهاز يؤدي إلى عطل المنظومة ككل ، ومخطط الربط يكون :



أما معولية المنظومة $System\ Reliability\ R_S(t)$ عند الزمن t لهذا الربط تكون :

$$R_S(t)=\prod_{i=1}^{n} R_i(t)$$

إذ إن $R_i(t)$ تمثل معولية الجهاز i عند الزمن t .

بشرط أن تكون عطلات المركبات مستقلة فيما بينها .

تكون معولية المنظومة إذا كان العطل لجميع المركبات يخضع :

أ- للتوزيع الأسي *exponential dist.* :

$$R_S(t)=\prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_i t} \quad \Rightarrow \quad R_S(t)=e^{-\lambda_S t} \quad where \quad \lambda_S=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i$$

ب- لتوزيع ويبل *Weibull dist.* :

$$R_S(t)=\prod_{i=1}^{n} exp\left[-\left(\frac{t}{\theta_i}\right)^{\beta_i}\right] \Rightarrow \quad R_S(t)=exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t}{\theta_i}\right)^{\beta_i}\right] and \quad \lambda(t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\beta_i}{\theta_i}\left(\frac{t}{\theta_i}\right)^{\beta_i-1}$$

مثال-10- منظومة تحتوي على أربعة مركبات مستقلة ومتماثلة تتوزع توزيعاً أسياً مرتبطة على التوالي ، إذا علمت إن $R_S(100) = 0.95$. أوجد متوسط زمن العطل *MTTF* للجهاز الواحد.

الحل-

$$R_S(100)=e^{-100\lambda_S}=0.95 \quad \Rightarrow \quad \lambda_S=\frac{ln0.95}{-100}=0.0005129$$

$$\lambda=\frac{0.0005129}{4}=0.000128$$

$$MTTF=\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{0.000128}=7812.5$$

مثال-11- منظومة تحتوي على أربعة مركبات مرتبطة على التوالي كل واحدة لها توزيع ويبل ومعلماتها كما مثبتة في الجدول أدناه :

Component	Scale parameter	Shape parameter
1	100	1.20
2	150	0.87
3	510	1.80
4	720	1.00

أوجد معولية المنظومة عند الزمن $t = 10$.

الحل-

$$R_S(t) = exp\left[-\left(\left(\frac{t}{100}\right)^{1.20} + \left(\frac{t}{150}\right)^{0.87} + \left(\frac{t}{510}\right)^{1.80} + \left(\frac{t}{720}\right)\right)\right]$$

$$R_S(10) = exp\left[-\left(\left(\frac{10}{100}\right)^{1.20} + \left(\frac{10}{150}\right)^{0.87} + \left(\frac{10}{510}\right)^{1.80} + \left(\frac{10}{720}\right)\right)\right] = 0.8415$$

ملاحظة : إذا إرتبطت n من المركبات على التوالي وكل مركبة عطلها يتوزع توزيع ويبل بحيث β تكون ثابتة للتوزيع و θ تكون مختلفة (أي ظهور θ_i) ، وعليه فإن :

$$R(t) = exp\left[-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right] \quad where \quad \theta = \left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\theta_i}\right)^{\beta}\right]^{-\frac{1}{\beta}}$$

مثال-12- محرك نفاث *Jet engine* يتألف من خمسة مركبات مرتبطة على التوالي وكل مركبة لها توزيع ويبل للعطل بحيث :

$\theta_5 = 9300$, $\theta_4 = 4780$, $\theta_3 = 5850$, $\theta_2 = 7200$, $\theta_1 = 3600$ و $\beta = 1.5$

أوجد *MTTF* ، و دالة معولية المحرك .

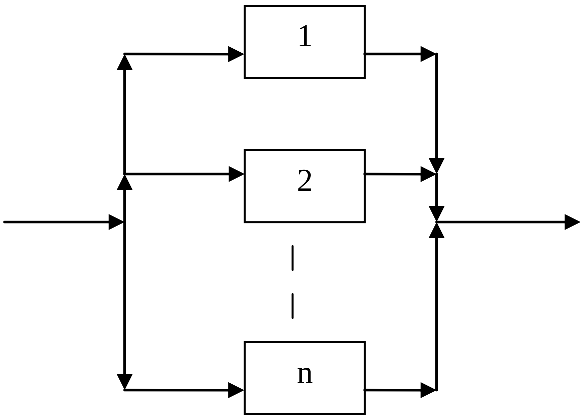
الحل-

$$\theta = \left[\left(\frac{1}{3600}\right)^{1.5} + \left(\frac{1}{7200}\right)^{1.5} + \left(\frac{1}{5850}\right)^{1.5} + \left(\frac{1}{4780}\right)^{1.5} + \left(\frac{1}{9300}\right)^{1.5}\right]^{-\frac{1}{1.5}} = 1842.7$$

$$MTTF = \theta.\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right) = 1842.7 * \Gamma\left(\frac{1}{1.5}+1\right) = 1842.7 * 0.9033 = 1664.5$$

$$R_S(t) = exp\left[-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right] = exp\left[-\left(\frac{t}{1842.7}\right)^{1.5}\right] \quad , \quad t \geq 0$$

3- **الربط على التوازي *Parallel configuration*** : ويسمى أيضاً الربط الفائض *Redundante* ، وفي هذا الربط فإن أي عطل في أي مركبة لا يؤدي بالتالي إلى عطل المنظومة ككل التي تنتمي إليها هذه المركبة . وإن إشتغال أي من هذه المركبات تؤدي إلى إستمرار إشتغال المنظومة ، وبمعنى آخر إن عطل أي منظومة بكاملها يتأتى فقط نتيجة لعطل جميع مركباتها في آنٍ واحد . والمخطط التاي يمثل إسلوب الربط :



وإن معولية المنظومة $R_S(t)$ عند الزمن t لهذا الربط تكون :

$$R_S(t)=1-\prod_{i=1}^{n}(1-R_i(t))$$

إذ إن $R_i(t)$ تمثل معولية الجهاز i عند الزمن t .

وبشرط أن تكون عطلات المركبات مستقلة فيما بينها .

أما معولية المنظومة إذا كان العطل لجميع المركبات يخضع للتوزيع الأسي :

$$R_S(t)=1-\prod_{i=1}^{n}(1-e^{-\lambda_i t})$$

إذ إن λ_i تمثل نسبة العطل للمركبة i .

<u>مثال-13</u>- منظومة تتكون من مركبتين مربوطتين على التوازي بتوزيع أسي ، أوجد متوسط زمن العطل للمنظومة .

<u>الحل</u>-

$$R_S(t)=1-\prod_{i=1}^{n}(1-e^{-\lambda_i t})=1-(1-e^{-\lambda_1 t})(1-e^{-\lambda_2 t})=e^{-\lambda_1 t}+e^{-\lambda_2 t}-e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$$

$$MTTF=\int_0^\infty R_S(t)dt=\int_0^\infty\left(e^{-\lambda_1 t}+e^{-\lambda_2 t}-e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}\right)dt=\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\lambda_1+\lambda_2}$$

<u>مثال-14</u>- مركبتان مستقلتان ومتماثلتان مربوطتان على التوازي لها توزيع أسي إذا رغبنا أن تكون $R_S(1000)=0.95$ ، أوجد متوسط زمن العطل $MTTF$ للمركبة وللمنظومة .

<u>الحل</u>-

$$R_S(1000)=1-(1-e^{-1000t})(1-e^{-1000t}) \quad\Rightarrow\quad 0.95=2e^{-1000\lambda}-e^{-2000\lambda}$$

$$Let \quad e^{-1000\lambda}=X \quad\Rightarrow\quad X^2-2X+0.95=0$$

$$either \quad X=1.223606798 \quad\Rightarrow\quad \lambda=-0.000201802 \quad neglicted$$

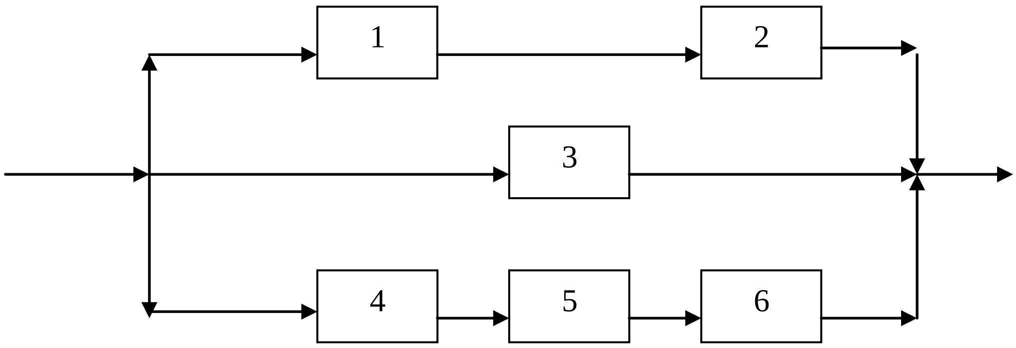
$$or \quad X=0.776393202 \quad\Rightarrow\quad \lambda=0.000253096$$

$$MTTF=\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{0.000253096}=3951$$

$$MTTF_S = \int_0^\infty R_S(t)dt = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \lambda} = \frac{2}{0.000253096} - \frac{1}{2 * 0.000253096} = 5927$$

3-<u>الربط على التوالي والتوازي معاً *Combined series- parallel system*</u>- أي إن بعض المركبات في المنظومة تربط على التوالي وبعضها الآخر تربط على التوازي . وكما في الحالات التالية :

أ- ربط توالي - توازي *Series-parallel system* - كما موضحة في المخطط التالي (على سبيل المثال لا الحصر) :



إذ يلاحظ وجود ثلاثة مجاميع مرتبطة على التوازي وفي داخل كل مجموعة توجد مركبات مرتبطة فيما بينها على التوالي . وعليه فإن معولية المنظومة للمخطط أعلاه تحسب كالآتي :

معولية المجموعة الأولى $R_{S_1}(t) = \prod_{i=1}^{2} R_i(t)$

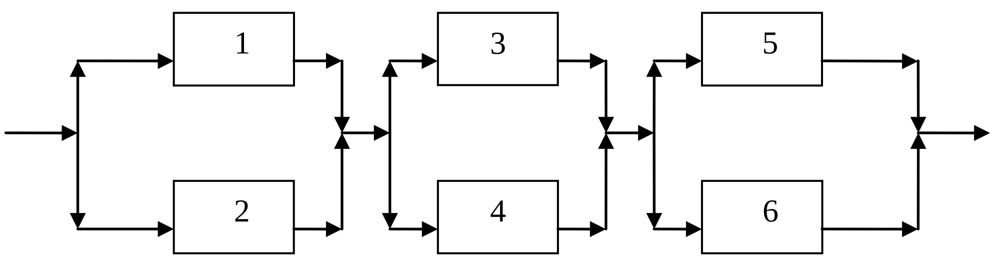
معولية المجموعة الثانية $R_{S_2}(t) = R_3(t)$

معولية المجموعة الثالثة $R_{S_3}(t) = \prod_{i=4}^{6} R_i(t)$

وعليه فإن معولية المنظومة ككل تكون :

$$R_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^{3} (1 - R_{S_i}(t))$$

ب-ربط توازي-توالي *parallel-series system* - كما موضحة (على سبيل المثال لا الحصر) في المخطط التالي :



إذ يلاحظ وجود ثلاثة مجاميع مرتبطة على التوالي وفي داخل كل مجموعة توجد مركبتان مرتبطتان على التوازي . وعليه فمعولية المنظومة للمخطط أعلاه تكون :

معولية المجموعة الأولى $$R_{S_1}(t)=1-\prod_{i=1}^{2}(1-R_i(t))$$

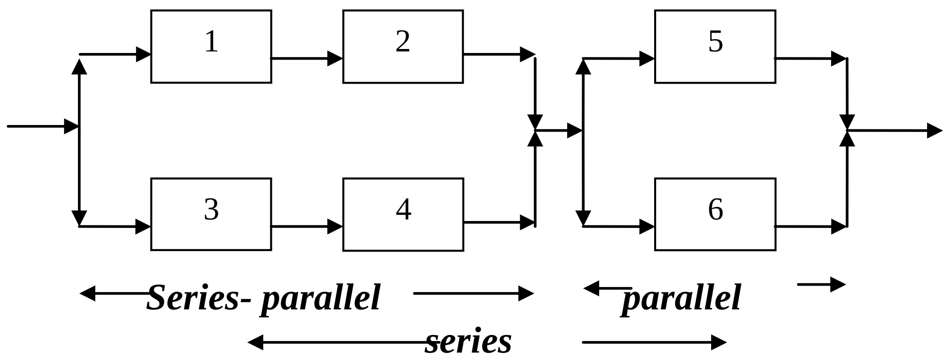
معولية المجموعة الثانية $$R_{S_2}(t)=1-\prod_{i=3}^{4}(1-R_i(t))$$

معولية المجموعة الأولى $$R_{S_3}(t)=1-\prod_{i=5}^{6}(1-R_i(t))$$

لذا فمعولية المنظومة ككل تكون : $$R_S(t)=\prod_{i=1}^{3}R_{S_i}(t)$$

ج- ربط مختلط توازي-توالي و توالي-توازي *Mixed parallel-series and series-parallel*

يمكن توضيح هذا الربط كما في المخطط التالي (على سبيل المثال لا الحصر) :



إذ يلاحظ وجود مجموعتين مرتبطتين عل التوالي :

المجموعة الأولى- تتضمن مجموعتين فرعيتين مرتبطتين على التوازي وكل مجموعة فرعية تحوي مركبتين مرتبطتين على التوازي .

المجموعة الثانية- تتضمن مركبتين مرتبطتين على التوازي .

وعليه فمعولية المنظومة للمخطط أعلاه تكون :

معولية المجموعة الفرعية الأولى : $$R_{S_{11}}(t)=\prod_{i=1}^{2}R_i(t)$$

معولية المجموعة الفرعية الثانية : $$R_{S_{12}}(t)=\prod_{i=3}^{4}R_i(t)$$

لذا تكون معولية المجموعة الأولى : $$R_{S_1}(t)=1-\prod_{i=1}^{2}(1-R_{S_{1i}}(t))$$

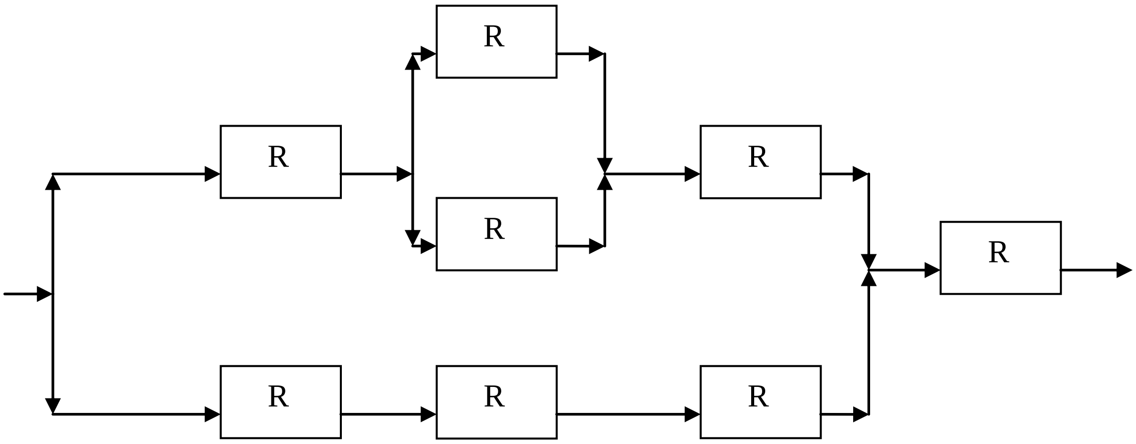
معولية المجموعة الثانية : $$R_{S_2}(t)=1-\prod_{i=5}^{6}(1-R_i(t))$$

و أخيراً فمعولية المنظومة ككل تكون : $$R_S(t)=\prod_{i=1}^{2}R_{S_i}(t)$$

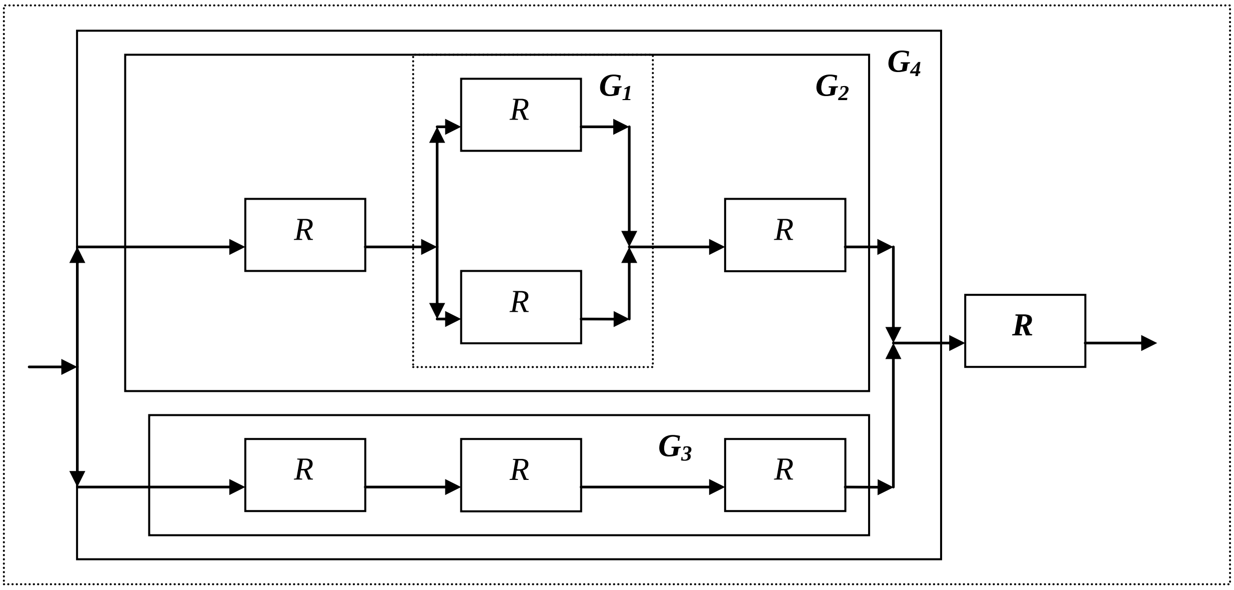
<u>مثال-15</u>- للمخطط الشبكي التالي :

أ- إشتق صيغة لمعولية المنظومة بدلالة معوليات المركبات (بإفتراض إنها متساوية وقيمها R).

ب- إحسب معولية المنظومة إذا كانت $R = 0.90$.



الحل-



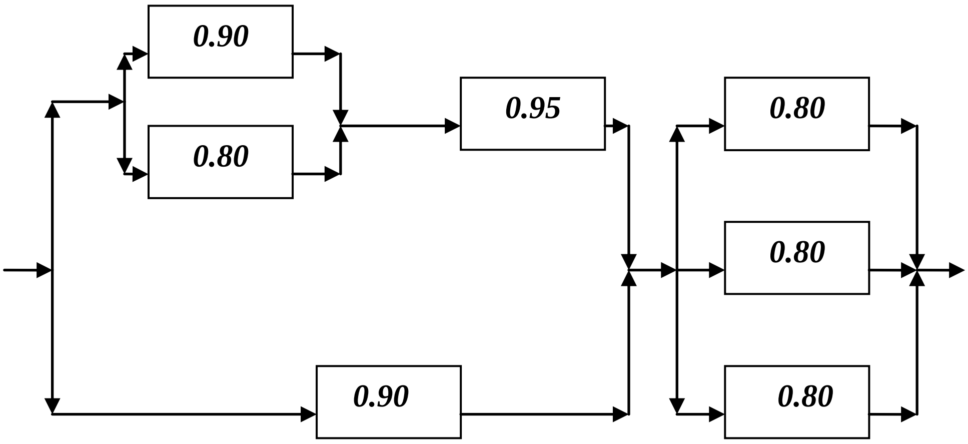
أ-

$$R_{G1} = 1-(1-R)^2 = R(2-R)$$
$$R_{G2} = R*R_{G1}*R = R^3(2-R)$$
$$R_{G3} = R^3$$
$$R_{G4} = 1-(1-R_{G2})(1-R_{G3}) = R^3(R^4-2R^3-R+3)$$

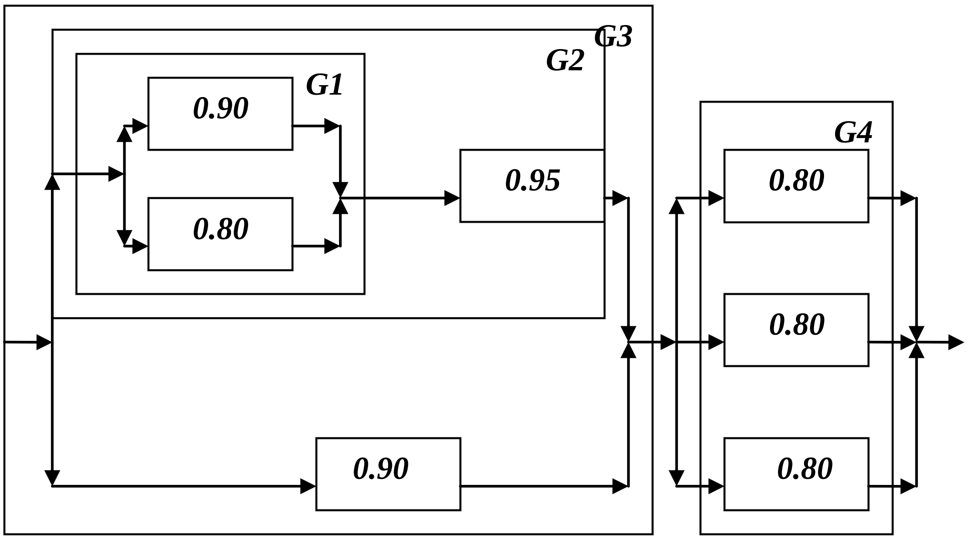
$$R_S = R_{G4}*R = R^4(R^4-2R^3-R+3)$$

ب- $$at \quad R=0.90 \quad \Rightarrow \quad R_S = (0.9)^4\left[(0.9)^4-2(0.9)^3-0.9+3\right] = 0.8517$$

مثال-16- أوجد معولية المنظومة (حسبما مثبت المعولية لكل مركبة) للمخطط التالي :



الحل-



$$R_{G1} = 1 - (1 - 0.9)(1 - 0.8) = 0.98$$

$$R_{G2} = R_{G1} * 0.95 = 0.98 * 0.95 = 0.931$$

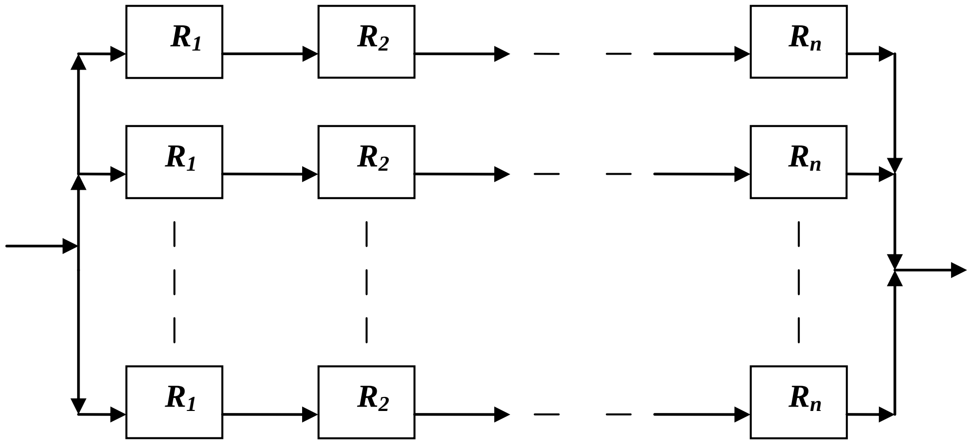
$$R_{G3} = 1 - (1 - 0.931)(1 - 0.90) = 0.9931$$

$$R_{G4} = 1 - (1 - 0.80)^3 = 0.992$$

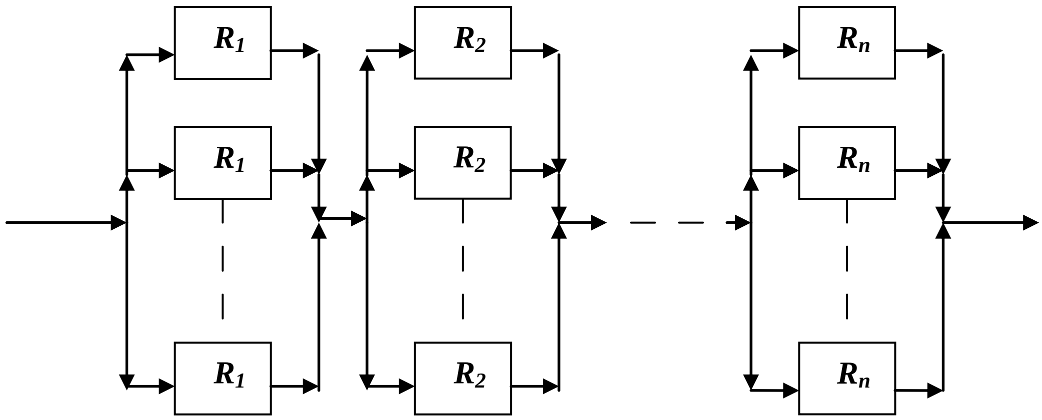
$$R_S = R_{G3} * R_{G4} = 0.9931 * 0.992 = 0.9852$$

<u>فائض بمستويين عالٍي واطيء *High-level and low-level redundancy*</u> : إن فائض المنظومة ربما يكون في إحدى الحالتين :

أ- فائض بمستوى عالٍ *High-level redundancy* – تحدث إذا كانت المنظومة ككل مرتبطة بشكل متوازي مع منظومة أو أكثر من نفس النوع . وكما موضحة في المخطط أدناه :



ب- فائض بمستوى واطيء *Low-level redundancy* - تحدث إذا كانت كل مركبة تربط بشـــكل متوازي مع مركبة أو أكثر من نفس النوع ، وكما موضحة في المخطط أدناه :



إذا إستخدمنا مركبتين فقط وبإفتراض إن معولية كل مركبة هي R فتكون معولية المنظومة لكل من الحالتين كالآتي :

$$R_{high} = 1-(1-R.R)(1-R.R) = 2R^2 - R^4$$

$$R_{low} = [1-(1-R)(1-R)][1-(1-R)(1-R)] = (2R-R^2)^2$$

$$R_{low} - R_{high} = (2R-R^2)^2 - 2R^2 - R^4 = 2R^2(R-1)^2 \geq 0$$

في هذه الحالة فإن الفائض بمستوى واطيء R_{low} هو الأفضل من الفائض بمستوى عالٍ R_{high} .

<u>مثال-17</u>- مجموعة راديو تتكون من ثلاثة مركبات رئيسية هي :

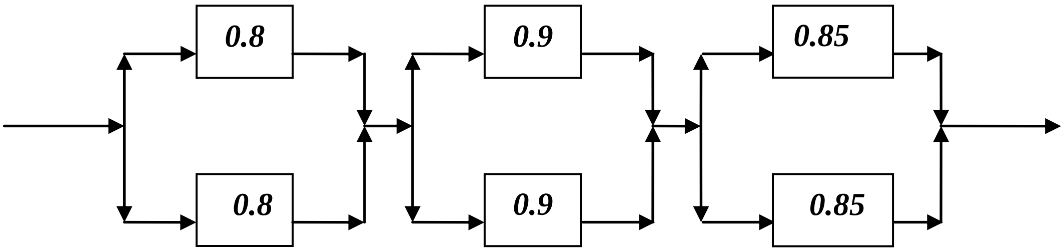
وحدة تجهيز القدرة *Power Supply* وبمعولية *0.80* .

وحدة الإستلام *Receiver* وبمعولية *0.90* .

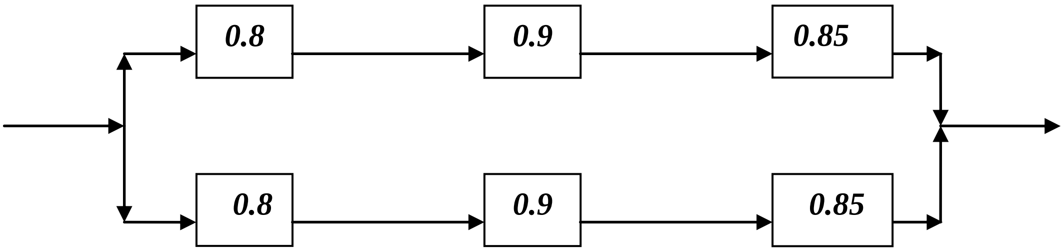
وحدة تضخيم الصوت *Amplifier* وبمعولية *0.85* .

أوجد معولتي المنظومة للفائض بالمستويين العالي والواطيء عند ربط منظومتين على التوازي.

<u>الحل</u>-



Low – level Redundancy



High – level Redundancy

$$R_{low} = \left[1-(1-0.8)^2\right]\left[1-(1-0.9)^2\right]\left[1-(1-0.85)^2\right] = 0.929$$

$$R_{high} = 1-(1-0.8*0.9*0.85)^2 = 0.849$$

تمارين الفصل الحادي عشر

1- بإفتراض إن دالة المعولية كانت :

$$R(t)=\frac{1}{0.001t+1} \quad , \quad t\geq 0 \quad , \quad t \quad in \quad hours$$

أ- أوجد المعولية بعد 100 ساعة عمل ، بعد 1000 ساعة عمل .

ب- إشتق دالة نسبة العطل ، وهل هي متناقصة *DFR* أم متزايدة *IFR* ؟

(ans.: a) 0.909 , 0.5 ; b) DFR)

2- إذا كانت *p.d.f.* لمنظومة ما كالآتي :

$$f(t)=0.01 \quad , \quad 0\leq t\leq 100 \quad days$$

أوجد : أ) دالة المعولية ، ب) دالة نسبة العطل ، ج) متوسط زمن العطل

د) الإنحراف المعياري. *(ans.: a)1-0.01t , b) 1/(100-t) , c) 50 ; d) 28.868)*

3- إذا كانت دالة العطل معرفة كالاتي :

$$f(t)=\frac{3t^2}{10^9} \quad , \quad 0\leq t\leq 1000 \quad hrs.$$

أ- ما هو إحتمال العطل ضمن الفترة 100 ساعة ؟

ب- أوجد متوسط زمن العطل .

ج- أوجد العمر المصمم عندما تكون المعولية 0.99 .

(ans.: a) 0.001 , b) 750 ; c) 215.44)

4- إذا كانت : $R(t)=e^{-\sqrt{0.001t}} \quad , \quad t\geq 0$

أ- إحسب المعولية إلى 100 ساعة إشتغال .

ب- برهن على إن دالة نسبة المخاطرة هي دالة متناقصة .

ج- إذا إشتغل الجهاز 10 ساعات عمل ، ما هي المعولية لإشتغاله 50 ساعة أخرى ؟

د- ما هو العمر المصمم لمعولية 0.95 ، علماً بأنه إشتغل 10 ساعات ؟

(ans.: a) 0.7289 , c) 0.8651 ; d) 12.89)

5- شركة صناعية تنتج معدات معينة ، إذا كانت دالة زمن العطل (بالسنوات) لهذه المعدات هي :

$$f(t)=\frac{200}{(t+10)^3} \quad , \quad t\geq 0$$

أ- إشتق دالة المعولية وحدد المعولية للسنة الأولى من الإشتغال .

ب- إحسب متوسط زمن العطل .

ج- ماهو العمر المصمم لمعولية 0.95 ؟

د- هل دالة نسبة المخاطرة (العطل) هي دالة تناقصية *DFR* أم تزايدية *IFR* أم ثابتة *CFR* ؟

(ans. : a) $f(t)= 100/(t + 10)^2$, 0.8264 , b) 10 , c) 0.2598 ; d) DFR)

6- دالة الكثافة الإحتمالية *p.d.f.* للتوزيع المتماثل *Uniform dist.* للعطل هي :

$$f(t)=\frac{1}{b} \quad , \quad 0\le t\le b$$

أوجد كلٍ من : $\sigma , MTTF , \lambda(t) , R(t) , F(t)$.

(ans. : F(t)= t / b , R(t)=1 – t / b , λ (t) = 1 / (1 – b) , MTTF= b / 2 ; σ = b / 2√3)

7- أختبرت منظومة جديدة لضخ الوقود *Fuel injection* ، فكانت دالة المعولية :

$$R(t)=(t+1)^{-\frac{3}{2}} \quad , \quad t\ge 0 \quad in \quad years$$

إذا كانت المعولية عند عمر سنتين هو 0.19 ، والتي هي غير مقبولة . بإستخدام فترة إضافية عن 6 أشهر هل ستتحسن المعولية ؟ وإذا كانت كذلك ، فما هي كمية المعولية التي ستزيد ؟

(ans. : 0.2806 ; 0.0906)

8- محرك طائرة يتكون من ثلاثة مركبات مرتبطة على التوالي ونسب العطل ثابتة *CFR* بحيث :

$\lambda_1 = 0.002 \quad , \quad \lambda_2 = 0.015 \quad , \quad \lambda_3 = 0.0025$ عطل / ساعة عمل . أكتب دالـــة المعوليـــة ومتوسط زمن العطل للمحرك .

(ans. : a) R(t)=exp(-0.0195t) , b) 51.282)

9- جهاز يخضع للتوزيع الأسي *CFR* بمتوسط زمن العطل *MTTF = 1100* أوجد :

أ-معولية 200 ساعة عمل .

ب-العمر المصمم لمعولية 0.90 .

ج-المعولية إلى 200 ساعة عمل ، إذا أضيف جهاز آخر فائض ومستقل (ربط على التوازي).

(ans.: a) 0.8338 , b) 115.897 , c) 0.9724)

10- منظومة لها توزيع *CFR* بحيث *λ = 0.0004* ، إشتغلت لمدة 1000 ساعة . ما هـــو إحتمـــال إشتغال المنظومة 100 ساعة أخرى ؟ 1000 ساعة أخرى ؟

(ans.: 0.9608 ; 0.6703)

11- وحدة القدرة *Power unit* تتكون من ثلاثة مركبات مستقلة ومرتبطة علـــى التـــوالي ، العمـــر المصمم المطلوب 5 سنوات بمعولية 0.95 :

أ- لتكن كل مركبة لها نسبة عطل ثابتة *CFR* بحيث إن نسبة المركبة الأولى هي ضـعف الثانيـة ونسبة المركبة الثالثة هي ثلاثة أضعاف الثانية . ماهو متوسط زمـن العطـل لكـل مركبـة و للمنظومة ككل .

ب-إذا ربطت وحدتان متماثلتان للقدرة على التوازي ، ماهي معولية المنظومة لخمسـة سـنوات ؟ متوسط زمن العطل للمنظومة ككل ؟

(ans.: a)292.398 , 584.795 , 194.932 ; 97.466 , b) 0.9975 , 146.199)

12- إذا كان زمن العطل لمصابيح الفلورنسنت في معملٍ ما يتوزع أسياً بنسبة عطـل ثابتـة قـدرها **0.03125** ساعة . ما هو عدد المصابيح الإحتياط الذي يجب توفره لضمان إنارة المعمل خـلال يوم واحد من الإشتغال من خلال إبدال جميع المصابيح العاطلة وبإحتمال قدره **0.95** ؟ بإفتراض إن الإنارة تستمر بالإشتغال **24** ساعة . ***(ans.: 4.69)***

13- لوحة لدائرة اليكترونية ***Electronic Circuit Board*** نسـبة عطلهـا $\lambda(t)=0.00021$ لكـل ساعة. ما هو إحتمال عطل اللوحة الثالثة بزمن قدره **1000** ساعة ؟ ***(ans.: 0.9932)***

14- منظومة لها توزيع ويبل ***Weibull*** للعطل بالمعلمات التالية :

Shape parameter = 1.4 , Scale parameter = 550 ، أوجد ما يلي :

أ) المعولية إلى **100** يوم عمل ، ب) متوسط زمن العطل ، ج) الإنحراف المعياري ،

د) العمر المصمم لمعولية **0.90** . ***(ans.: a) 0.9122, b) 501.47 , c) 359.9 , d)110.224)***

15- وحدة تجهيز القدرة ***Power Supply*** تتكون من ثلاثة مقوِّمات ***Rectifier*** مرتبطة على التوالي، كلٍ واحدة لها توزيع ويبل للعطل بحيث $\beta = 2.1$ وإن θ مختلفة بحيث $\theta_1 = 12$, $\theta_2 = 18.5$, $\theta_3=21.5$. أوجد متوسط زمن العطل ، والعمر المصمم لوحدة تجهيز القدرة بمعولية **0.90** .

(ans.: 8.2627 ; 3.1948)

16- ما هو العدد الأعظم من المركبات المتماثلة والمستقلة التي لها توزيع ويبل بالمعلمات :

Shape parameter = 1.3 , Scale parameter = 10000 والتي يمكن ربطها على التوالي لتحقيق معولية قدرها **0.95** إلى **100** ساعة عمل ؟ و ما هي قيمة متوسط زمن العطل للمنظومـة الناتجة ؟ ***(ans.: 21 ; 888.111)***

17- إذا كانت دالة نسبة العطل لوحدة القدرة كالآتي :

$$\lambda(t) = 0.003\left(\frac{t}{500}\right)^{0.5} \quad , \quad t \geq 0 \quad in \quad hours$$

أ- ما هي المعولية إذا إشتغلت الوحدة 50 ساعة متواصلة ؟

ب- حدد العمر المصمم إذا كانت المعولية المطلوبة 0.90 .

ج- إحسب متوسط زمن العطل .

د- إذا إشتغلت الوحدة 50 ساعة ، ما هو إحتمال إشتغالها 50 ساعة أخرى ؟

(ans.:a)0.969 , b) 111.538 , c) 451.375 ; d)0.9438)

18- إذا علمت إن عطل مقياس الضغط ***Pressure gauge*** يخضع لتوزيع ويبل بالمعلمات :

Shape parameter = 2.1 , Scale parameter =12000 ، أوجد :

أ- المعولية إلى 5000 ساعة عمل .

ب- متوسط زمن العطل والإنحراف المعياري .

ج- إحتمال عطل المقياس خلال السنة الأولى من الإشتغال المستمر .

د- بإفتراض ربط مقياس آخر على التوازي ، أوجد :

1) معولية المنظومة لفترة إشتغال 5000 ساعة .

2) متوسط زمن العطل للمنظومة .

3) إحتمال عطل المقياس خلال السنة الأولى من الإشتغال المستمر .

(ans.: a) 0.853 , b) 10628 , 5315.8 , c) 0.403 ,d)0.978 , 18777.638, 0.356)

19- إذا علمت إن زمن العطل (سنة) للحاسوب ***Cyclone-365*** يخضع للدالة التالية :

$$f(t) = \frac{1}{(t+1)^2} \quad , \quad t \geq 0$$

أ- إذا ربطت ثلاثة حاسبات على التوازي حول محطة مقترحة . ما هي المعولية للمنظومة خـــلال 6 أشهر عمل ؟

ب- ما هو العمر المصمم للمنظومة بمعولية مطلوبة 0.999 ؟

(ans.: a) 0.963 , b) 0.111)

20- أي من المنظومتين (أ) أو (ب) لهما معولية أكثر عند نهاية 100 ساعة عمل :

أ- مركبتان لهما توزيع أسي ***CFR*** مرتبطتان على التوالي ولكل مركبة يكون ***MTTF = 1000***

ب- مركبة لها توزيع ويبل بالمعلمتين $\beta = 2$, $\theta = 10000$ مرتبطة على التوالي مع مركبة لها توزيع أسي ***CFR*** بنسبة عطل قدرها ***0.00005*** .

(ans.: b)

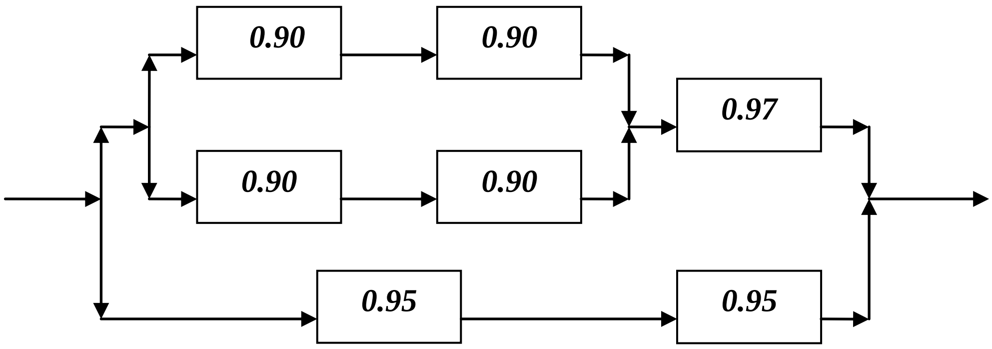
21- عشرة مركبات مرتبطة على التوالي يتوزع زمن العطل فيها توزيع ويبل بالمعلمـــة $\beta = 0.80$.

حدد قيمة المعلمة θ إذا علمت إن معولية إشتغال المنظومة لسنة واحدة هو 0.99 .

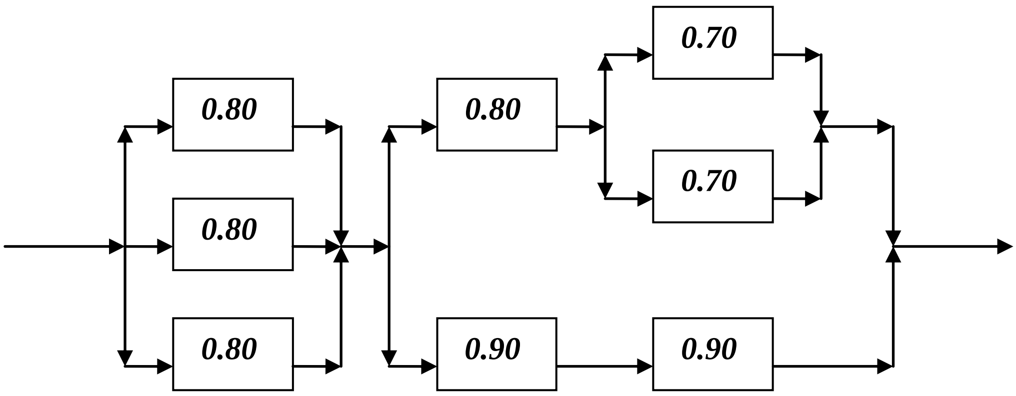
(ans.: 5588.23)

22– أوجد معوليتي المنظومتين التاليتين :

أ–

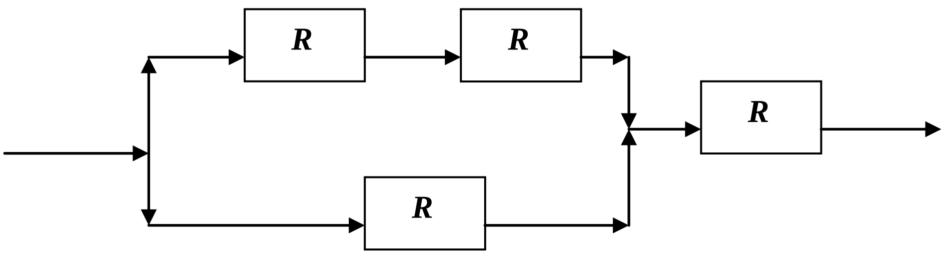


ب–



(ans.: a) 0.994 , b) 0.940)

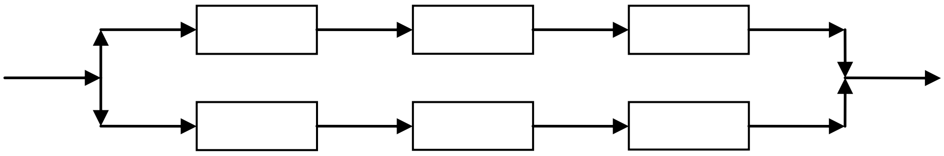
23- إذا علمت إن المعولية للمنظومة التالية هي *0.99* ، أوجد قيمة *R* :



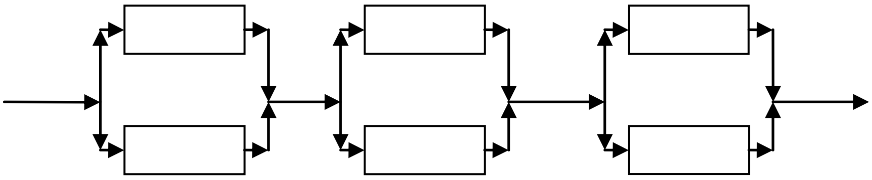
(ans.: 0.99)

24- حدد متوسط زمن العطل *MTTF* للمركبة الواحدة لكلٍ من المنظومتين التاليتين بحيث تجعل معولية المنظومة الواحدة بعد إشتغال *100* ساعة عمل مساوية إلى *0.90* . علماً بأن المركبات لها نفس نسبة العطل الثابتة *CFR* .

أ–



ب-



(ans.: a) 787.4 , b) 486.6)

25- صممت منظومة للإشتغال *100* يوم ، تتكون هذه المنظومة من ثلاثــة مركبــات مرتبطــة علــى التوالي. أوجد معولية المنظومة إذا كانت توزيعات العطل فيها تخضع إلى :

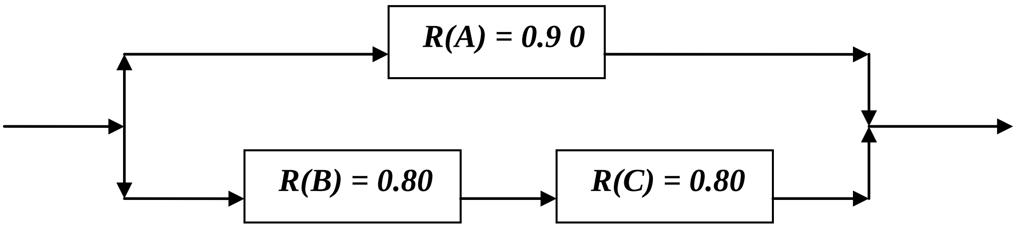
أ- توزيع ويبل بالمعلمتين $\theta = 840$, $\beta = 1.2$.

ب- التوزيع الأسي *CFR* بحيث $\lambda = 0.0001$.

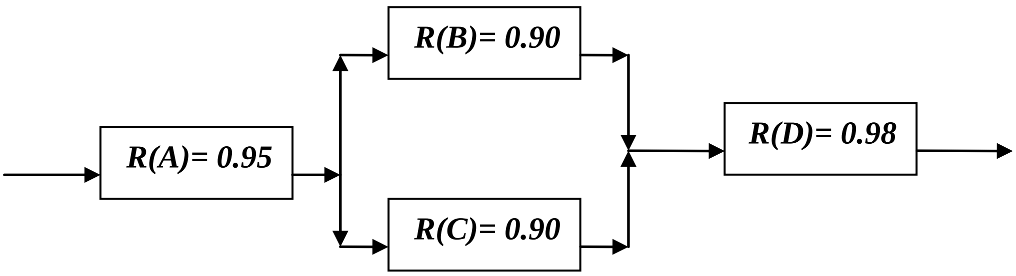
(ans.: a) 0.7919 , b) 0.9704)

26- أكتب الدالة الهيكلية *Structure function* ، ثم أوجد المعولية لكلٍ من المنظومتين التاليتين:

أ-



ب-



(ans.: a) $R_S(t)=R(A)+R(B).R(C)-R(A).R(B).R(C);0.964$,
b) $R_S(t) = R(A).R(D)\,[\,R(C)+R(B) - R(B).R(C)\,]\,;\,0.9217$)